FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

UNIVERSITÄT PADERBORN
Die Universität der Informationsgesellschaft

BERGISCHE
UNIVERSITÄT
WUPPERTAL

Fachhochschule
Südwestfalen
University of Applied Sciences

HRW HOCHSCHULE RUHR WEST
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachhochschule
Dortmund
University of Applied Sciences and Arts

Hochschule Bochum
TECHNIK WIRTSCHAFT GESUNDHEIT

GET it digital

Modul 10:

Operationsverstärker

Jonas Brodmann
Dominik Thiem
Prof. Dr.-Ing. Marvin Kaminski
Prof. Dr.-Ing. Kerstin Siebert

Ein Kooperationsvorhaben
empfohlen durch die

gefördert durch

Ministerium für
Kultur und Wissenschaft
des Landes Nordrhein-Westfalen

Stand: 10. März 2026

Weiternutzung als OER ausdrücklich erlaubt: Dieses Werk und dessen Inhalte sind lizenziert unter CC BY 4.0. Ausgenommen von der Lizenz sind die verwendeten Logos sowie alle anders gekennzeichneten Elemente. Nennung gemäß TULLU-Regel bitte wie folgt: „GET it digital Modul 10: Operationsverstärker“ von J. Brodmann, D. Thiem, M. Kaminski, K. Siebert Lizenz: CC BY 4.0.

Der Lizenzvertrag ist hier abrufbar:
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de
Das Werk ist online verfügbar unter:
https://getitdigital.uni-wuppertal.de/module/modul-10-operationsverstaerker
Projekthomepage:
https://getitdigital.uni-wuppertal.de

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung, Aufbau und Funktionsweise von Operationsverstärkern 1
1.1 Aufbau und Funktionsweise . . . 1

2 Modellierung und charakteristische Größen 3

3 Prinzip der Gegenkopplung 6

4 Stabilität von Verstärkerschaltungen 13

5 Operationsverstärker als Analogrechner 15

A Übungsaufgaben 19
A.1 Überwachung einer Spannung mit LEDs . . . 19
A.2 Widerstandsberechnung für nicht-invertierenden Verstärker . . . 19
A.3 Widerstandsberechnung für invertierenden Verstärker . . . 20
A.4 Berechnung der Ausgangsspannung bei zwei Eingangsspannungen . . . 20
A.5 Berechnung der Ausgangsspannung bei mehreren Eingangsspannungen . . . 20
A.6 Berechnung der Ausgangsspannung einer zweistufigen OPV-Schaltung . . . 21
A.7 Dimensionierung einer Komparatorschaltung mit Diode . . . 21
A.8 Beschreibung von idealen Eigenschaften . . . 22
A.9 Ausgangsspannung eines Komparators ermitteln . . . 22
A.10 Komparatorschaltung zur Akku-Überwachung berechnen . . . 22
A.11 Schaltungsentwurf eines Operationsverstärkers mit zwei Eingangsspannungen . . . 23
A.12 Entwurf einer Verstärkerschaltung mit unterschiedlichen Eingangsverstärkungen . . . 23
A.13 Verstärkungseinstellung mit schaltbaren Widerständen . . . 24
A.14 Berechnung der Ausgangsspannung mit mehreren Eingangsspannungen . . . 25
A.15 Ausgangsspannung einer zweistufigen OPV-Schaltung bestimmen . . . 25
A.16 Berechnung einer OPV-Schaltung mit drei Eingängen . . . 25
A.17 Untersuchung der Verstärkung eines OPVs mit variablen Widerständen . . . 26
A.18 Analyse eines nicht-invertierenden Verstärkers mit Last . . . 27
A.19 Spannungsteiler mit Operationsverstärker als Spannungsfolger . . . 28

B Lösungen zu den Übungsaufgaben 29
B.1 Überwachung einer Spannung mit LEDs . . . 29
B.2 Widerstandsberechnung für nicht-invertierenden Verstärker . . . 31
B.3 Widerstandsberechnung für invertierenden Verstärker . . . 32
B.4 Berechnung der Ausgangsspannung bei zwei Eingangsspannungen . . . 32
B.5 Berechnung der Ausgangsspannung bei mehreren Eingangsspannungen . . . 33
B.6 Berechnung der Ausgangsspannung einer zweistufigen OPV-Schaltung . . . 33
B.7 Dimensionierung einer Komparatorschaltung mit Diode . . . 34
B.8 Beschreibung von idealen Eigenschaften . . . 34
B.9 Ausgangsspannung eines Komparators ermitteln . . . 35
B.10 Komparatorschaltung zur Akku-Überwachung berechnen . . . 36
B.11 Schaltungsentwurf eines Operationsverstärkers mit zwei Eingangsspannungen . . . 38
B.12 Entwurf einer Verstärkerschaltung mit unterschiedlichen Eingangsverstärkungen . . . 39
B.13 Verstärkungseinstellung mit schaltbaren Widerständen . . . 40
B.14 Berechnung der Ausgangsspannung mit mehreren Eingangsspannungen . . . 41
B.15 Ausgangsspannung einer zweistufigen OPV-Schaltung bestimmen . . . 42
B.16 Berechnung einer OPV-Schaltung mit drei Eingängen . . . 42
B.17 Untersuchung der Verstärkung eines OPVs mit variablen Widerständen . . . 43
B.18 Analyse eines nicht-invertierenden Verstärkers mit Last . . . 43
B.19 Spannungsteiler mit Operationsverstärker als Spannungsfolger . . . 44

Index **45**

1 Einführung, Aufbau und Funktionsweise von Operationsverstärkern

Im vorherigen Modul wurde erläutert, wie mit Hilfe von ein- und mehrstufigen Transistorverstärkern, Signale mit geringen Eingangsamplituden verstärkt werden können. Diese Verstärkerschaltungen wurden vor allem in der Mess-, Steuer- und Regelungstechnik eingesetzt und bis in die 1950er Jahre diskret aus Elektronenröhren oder Transistoren aufgebaut. Die Entwicklung der „integrated circuits“ ermöglichte ab Ende der 1960er Jahre die Miniaturisierung von Schaltungen und dadurch die Bereitstellung von modularen Bausteinen für die Hardwareentwicklung. Dies galt auch für die in den 1940er Jahren entwickelte Differenzverstärker, die aufgrund ihres zunächst sehr verbreiteten Einsatzes in Analogrechnern auch als „operational amplifier“ (zu deutsch „Operationsverstärker“ von „Operator“) bezeichnet werden. Die Grundlagen zum Thema „Operationsverstärker“ werden in diesem Modul vermittelt.

Es sollen im Rahmen dieses Kapitels folgende Kompetenzen erworben werden:

Lernziele: Operationsverstärker

Die Studierenden können

- den Aufbau eines einfachen Operationsverstärkers angeben.
- das Funktionsprinzip eines Operationsverstärkers erläutern.

1.1 Aufbau und Funktionsweise

Operationsverstärker (auch kurz als OPV oder OpAmp bezeichnet) zeichnen sich dadurch aus, dass sie als Universalverstärker aufgebaut sind und ihre Funktion maßgeblich durch äußere Beschaltung bestimmt wird. So lassen sich mit dem gleichen Baustein Spannungen verstärken, Rechenoperationen wie Additionen, Subtraktionen oder Integrationen durchführen und Signale schalten. Solche Operationsverstärker sind beispielsweise in der Mess- und Regelungstechnik, der Signalverarbeitung und der Signalformung unerlässlich. Im Folgenden ist ein aus diskreten Transistoren aufgebauter Operationsverstärker und ein integrierter Schaltkreis dargestellt. Durch die direkte Kopplung der Verstärkerstufen können Operationsverstärker Gleich- und Wechselspannungen verstärken und werden aus diesem Grund der Gruppe der Gleichspannungsverstärker zugeordnet.

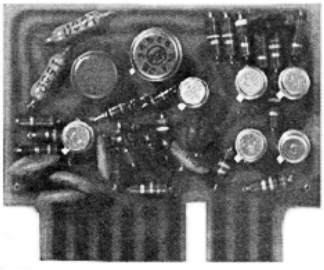


Abbildung 10.1: Diskret aufgebauter Operationsverstärker (Quelle: Analog Devices, Wikipedia, Lizenz CC-BY-SA)

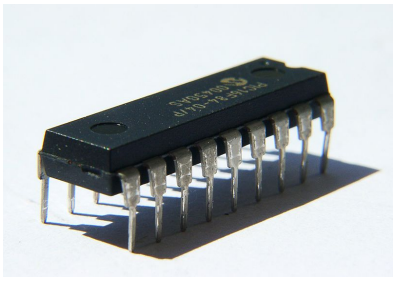


Abbildung 10.2: Operationsverstärker monolithisch in Dual in-line package (DIP) (Quelle: Wollschaf, Wikipedia, (GNU-Lizenz für freie Dokumentation – mit Namensnennung))

Die Funktionsweise lässt sich gut an einem vereinfachten Ersatzschaltbild erklären (siehe Abbil-

dung 10.3). In dieser Abbildung ist ein vereinfachtes Ersatzschaltbild eines OPVs aus Bipolartransistoren dargestellt. Heute werden Operationsverstärker vermehrt aus Feldeffekttransistoren (FET) aufgebaut. Die Umsetzung der Verstärkerschaltungen mit FETs erfolgt aber sehr ähnlich zu Bipolartransistoren, weswegen die Funktionsweise hier mit einer Art von Transistoren gezeigt werden soll. Die NPN-Transistoren T_1 und T_2 sind identisch und bilden den Eingang des Operationsverstärkers. Zwischen dem mit „+“ gekennzeichneten Eingang und dem mit „-“ gekennzeichneten Eingang wird die zu verstärkende Differenzspannung U_{Diff} angelegt[1]. Die Eingänge werden als nicht-invertierender Eingang „+“ und invertierender Eingang „-“ bezeichnet. Dieser Differenzverstärker am Eingang des OPVs ist in Abbildung 10.3 rot umrandet. Der Transistor T_3 funktioniert durch die Verschaltung mit den Dioden D_1 und D_2 wie eine Stromquelle. Die zwei Dioden sorgen für eine Regulierung der Basis-Spannung an T_3 (dieser Teil der Schaltung ist lila markiert).

Wenn die nicht-invertierte Eingangsspannung steigt (A), sinkt der Widerstand des Transistors T_2. Dies führt zu einer Reduktion der Spannung an dessen Kollektor und zu einem Anstieg am Emitter (B). Da die Basis des Transistors T_4 mit dem Kollektor von T_2 verbunden ist, verursacht dies einen entsprechende Spannungsreduktion an der Basis von T_4 (C). Infolgedessen wird der Kollektor-Emitter-Pfad des PNP-Transistors T_4 niederohmiger, so dass mehr Strom durch den Lastwiderstand R_{L} fließt (D). Dadurch erhöht sich der Spannungsabfall über R_{L} und somit die Spannung am Ausgang U_{A} (die Ausgangsstufe des Verstärkers ist gelb markiert).

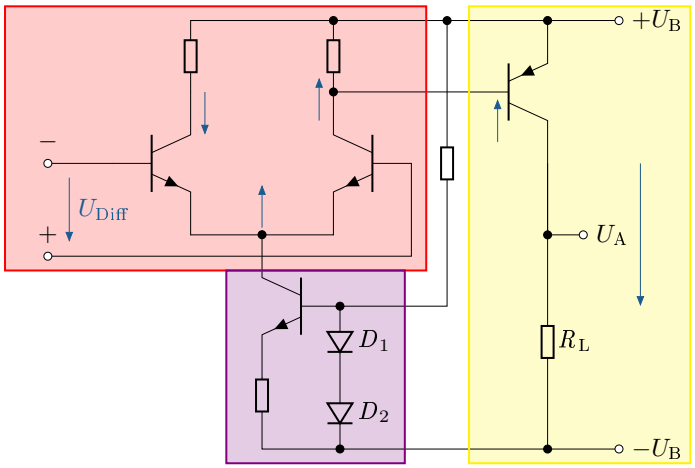


Abbildung 10.3: Verhalten eines vereinfachten Operationsverstärkers bei Anlegen einer positiven Differenzspannung am Eingang. Die blauen Pfeile geben an, wie sich das Potential am Schaltungsknoten ggü. eines ausgeglichenen Eingangs $U_{\text{Diff}} = 0$ verschiebt.

Erhöht sich dagegen die invertierte Eingangsspannung, verringert sich der Widerstand im Kollektor-Emitter-Pfad des Transistors T_1 (siehe Abbildungen 10.4). Dies führt zu einer Verringerung der Spannung am Kollektor von T_1 und einer gleichzeitigen Erhöhung am Emitter. Da die Emitter von T_1 und T_2 miteinander verbunden sind, steigt auch die Spannung am Emitter von T_2 an. Dadurch verringert sich die Spannungsdifferenz zwischen Basis und Emitter von T_2, wodurch sein Kollektor-Emitter-Pfad hochohmiger wird. Infolgedessen steigt die Spannung am Kollektor von T_2 an, wodurch sich die Basisspannung von T_4 erhöht. Dadurch wird der Transistor T_4 resistiver, was den Stromfluss durch den Widerstand R_{L} verringert und in der Folge die Spannung an R_{L} absenkt. Die Ausgangsspannung dieses Operationsverstärkers kann so zwischen $+U_{\text{B}}$ und $-U_{\text{B}}$ gesteuert werden.

In dieser Schaltung sind bereits einige wichtige Eigenschaften des reellen Operationsverstärkers ablesbar:

[1] Alle in diesem Modul vorkommenden Ströme und Spannungen können zeitlich veränderlich sein und werden im Folgenden nur aufgrund der Übersichtlichkeit nicht mit $U_{\text{E/A/...}}(t)$ sondern mit $U_{\text{E/A/...}}$ bezeichnet

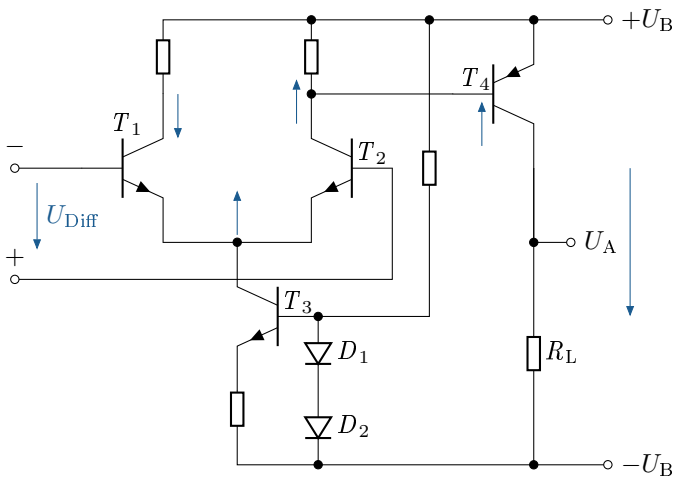


Abbildung 10.4: Verhalten eines vereinfachten Operationsverstärkers bei Anlegen einer negativen Differenzspannung am Eingang. Die blauen Pfeile geben an, wie sich das Potential am Schaltungsknoten ggü. eines ausgeglichenen Eingangs $U_{\text{Diff}} = 0$ verschiebt.

Merke:

1. Die eingangsseitige Stromaufnahme des Verstärkers ist abhängig von den Transistoren T_1 und T_2. Diese Stromaufnahme ist in der Regel sehr gering und beträgt einige nA bis einige hundert pA. Die geringe Stromaufnahme ergibt sich durch die hochohmige Kollektoreschaltung der beiden Eingangstransistoren.
2. Die Verstärkung ist durch die Versorgungsspannung nach oben und unten begrenzt.
3. Der verfügbare Ausgangsstrom ist durch die Betriebsspannungsquelle und den Transistor T_4 vorgegeben.

2 Modellierung und charakteristische Größen

Der vereinfachte Schaltplan des vorherigen Kapitels eignet sich zwar gut um die interne Funktionsweise zu illustrieren, ist für die Darstellung in größeren Schaltkreisen allerdings ungeeignet. Um Schaltpläne übersichtlicher zu gestalten werden Operationsverstärker in der Regel durch ein Normsymbol dargestellt. Der interne Aufbau des Verstärkers wird vernachlässigt und diesem allgemeinen Verstärker charakteristische Eigenschaften zugeordnet. Ähnlich wie bei dem Transistorsymbol kann so der Operationsverstärker in einer Schaltung vereinfacht dargestellt werden kann.

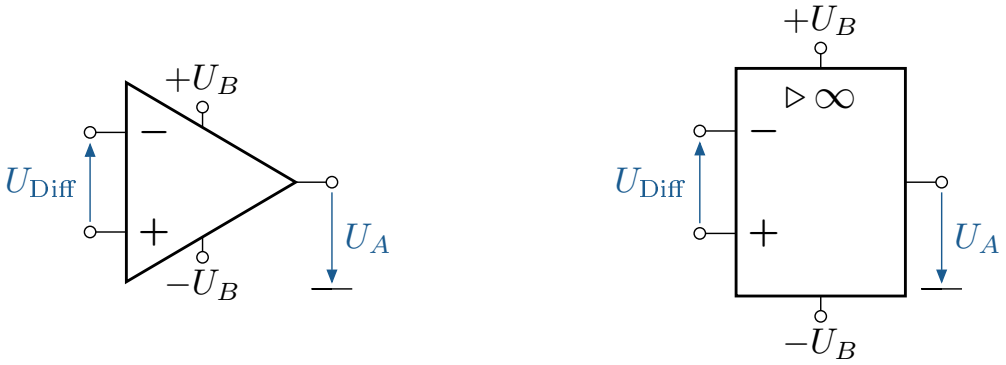
Es sollen im Rahmen dieses Kapitels folgende Kompetenzen erworben werden:

Lernziele: Operationsverstärker

Die Studierenden können

- Unterschiede zwischen dem vereinfachten Operationsverstärkermodell und realen Operationsverstärkern beschreiben.
- Wichtige Bereiche der Operationsverstärkerkennlinie angeben.

Im Schaltungselement in Abbildung 10.5 (links) ist der invertierende Eingang, der nicht-invertierende Eingang, der Ausgang sowie der Massebezug und die Anschlüsse für die Versorgungspannungen dargestellt. Dieses Schaltzeichen ist häufig im angloamerikanischen Raum und älteren Dokumenten zu finden und soll hier nur aufgrund der Vollständigkeit eingeführt werden. In diesem Dokument soll das neue Schaltzeichen (rechts) verwendet werden. Ist die Bezugsmasse nicht explizit dargestellt, wird bei dieser Darstellung davon ausgegangen, dass der Ausgang einen Bezug zur Masse aufweist. Aus didaktischen Gründen werden die Versorgungspannungen in diesem Dokument allerdings mit angegeben. Der ideale Verstärker besitzt in der rechten, oberen Ecke darüber hinaus das Unendlichzeichen. Dies bedeutet, dass die Verstärkung nicht begrenzt ist. Der Vorteil bei diesem Schaltungselement ist, dass auch Verstärker mit Verstärkerbegrenzungen modelliert werden können. In diesem Fall wird das Symbol für „unendlich“ $\widehat{=} \infty$ durch einen endlichen Wert ersetzt.



altes Schaltzeichen **neues Schaltzeichen**

Abbildung 10.5: Schaltungselement OPV im alt (links) und neu nach DIN EN 60617 Teil 13 (rechts)

Zwei der vier Anschlüsse[2] des Verstärkers, auch Pole, können unter idealisierten Bedingungen jeweils zu einem sogenannten „Tor“ zusammengefasst werden. Der Operationsverstärker lässt sich so durch ein sogenanntes Zweitor modellieren. Dieses zeichnet sich dadurch aus, dass vereinfacht davon ausgegangen werden darf, dass das Übertragungsverhalten vollständig durch die Größen Strom- und Spannung beschrieben werden kann. Durch die Vereinfachung über das Zweitor kann also der interne Aufbau des Operationsverstärkers vernachlässigt und als „Blackbox“ betrachtet werden. Die zuvor recht komplizierte, innere Verschaltung der Transistoren kann durch das in Abbildung 10.5 dargestelle Bauteil modelliert werden. Zudem wird bei der Modellierung durch das Zweitor davon ausgegangen, dass kein Strom in die Eingänge des Operationsverstärkers hineinfließt [3].

In der folgenden Tabelle sind weitere Eigenschaften aufgeführt, die das Rechnen mit Operationsver-

[2] Die Anschlüsse für die Versorgungspannung werden hier nicht mitgezählt. Die Ausgangsseite hingegen wird als Anschluss verstanden.

[3] Dies ist notwendig, damit die sogenannte Torbedingung erfüllt ist. Die fordert das der Strom in die Eingänge gegengleich sein muss, also $I_+ = I_-$.

stärkern erleichtert. Zudem sind in der Tabelle klassische Werte eines realen Operationsverstärkers angegeben, die je nach Verstärkertyp leicht variieren können und lediglich die Grenzen des Zweitor-Modells aufzeigen sollen.

Tabelle 10.1: Ideale und typische Operationsverstärkereigenschaften

Bezeichnung	**Ideale OPV-Eigenschaften**	**Typische Werte (z.B. OPA 121)**	**Erläuterung**
Leerlaufverstärkung	$V_{\text{Leer}} = \infty$	$V_{\text{Leer}} = 10^6$	Verstärkung der zwischen dem Eingängen anliegenden Spannung bei unbeschalteten OPV.
Eingangsimpedanz	$Z_{\text{i}} = \infty\,\Omega$	$Z_i = 10^{13}\,\Omega$	Der von der Quelle aus betrachtet Lastwiderstand des OPVs.
Ausgangsimpedanz	$Z_{\text{a}} = 0\,\Omega$	$Z_{\text{a}} = 50$ bis $100\,\Omega$	Der von einer Last aus betrachtete Widerstand am Ausgang des OPVs.
Bandbreite	$B = \infty\,\text{MHz}$	$B > 2\,\text{MHz}$	Frequenzbereich in dem das Verstärkerverhalten den im Datenblatt angegebenen Verhalten entspricht.
Phasenverschiebung	$\varphi = 0°$	$\varphi > 0°$	Verzögerung des Ausgangs- gegenüber des Eingangssignals.
Slew Rate	∞	$2\,\text{mV}$ bis $1000\,\text{V}/\mu s$	Maximaler Spannungsanstieg pro Zeiteinheit.
Ausgangs-Aussteuerbarkeit	∞	auf max. U_{B} begrenzt	Maximaler Ausgangsspannungswert.
Eingangsruhestrom	$I_{\text{Ruhe}} = 0\,\text{pA}$	$I_{\text{Ruhe}} < 5\,\text{pA}$	Eingangsseitige Stromaufnahme bei Differenzspannnung $\Delta U_{\text{Diff}} = 0$.
Eingangsoffsetstrom	$I_{\text{Off}} = 0\,\text{pA}$	$I_{\text{Off}} < I_+ - I_-$	Differenz der beiden Eingangsruheströme
Eingangs-Offsetspannung	$U_{\text{Off}} = 0\,\text{mV}$	$U_{\text{Off}} < 2\,\text{mV}$	Ausgegebene Gleichspannung bei $\Delta U_{\text{Diff}} = 0$
Gleichtakt-unterdrückung (engl.: Common Mode Rejection)	$CMR = \infty\,\text{dB}$	$CMR = 86\,\text{dB}$	Gibt an, wie gut der Verstärker Signale unterdrückt, die an beiden Eingängen gleichermaßen anliegen

Mit den oben gemachten Angaben kann die Kennlinie eines Operationsverstärkers konstruiert werden. Diese ist in der folgenden Abbildung dargestellt:

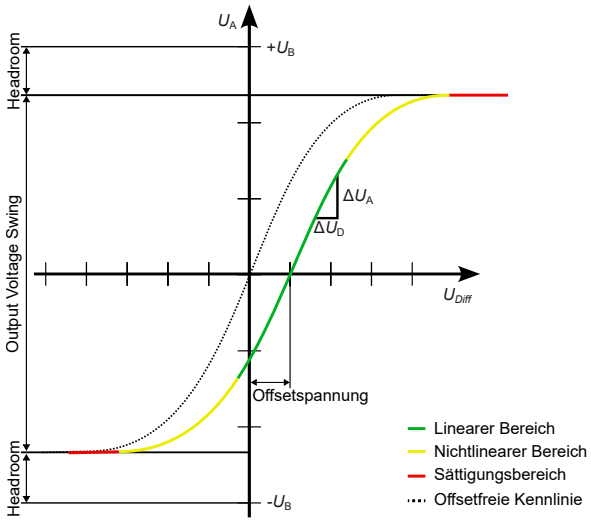


Abbildung 10.6: Kennlinie eines Operationsverstärkers

In Abbildung 10.6 ist die horizontale Verschiebung der Verstärkerkennlinie zu sehen, die sich durch die Offsetspannung U_{Off} ergibt. Darüber hinaus ist zu erkennen, dass der Verstärker in seinem spezifizierten Arbeitsbereich (in grün eingezeichnet) ein lineares Verstärkungsverhalten ggü. der angelegten Eingangsspannung aufweist. Die Steigung im linearen Bereich ist von der maximalen Verstärkung des genutzten Operationsverstärkers abhängig. Wird dieser spezifizierte Arbeitsbereich verlassen, weist die Ausgangspannung zunächst einen nichtlinearen Bezug zur Eingangsspannung auf (in gelb eingezeichnet). Die Ausgangsspannung steigt allerdings weiterhin, bis die Sättigung erreicht wird. Im rot markierten Bereich bleibt selbst bei weiterer Erhöhung der Eingangsdifferenzspannung die Ausgangsspannung konstant. Solange also die Ausgangsspannung im Arbeitsbereich des Operationsverstärkers liegt, wird eine konstant verstärkte und mit einem Offset belegte Ausgangsspannung ausgegeben. Die tatsächlich erreichbare Ausgangsspannung wird über die Größe „Output Voltage Swing“ angegeben. Die Differenz zur positiven bzw. negativen Versorgungsspannung ($+U_B$ und $-U_B$) wird als „Headroom“ bezeichnet. Der Headroom ist das Resultat eines PN-Übergangs der im Operationsverstärker verbauten Halbleiterbauteile und beträgt aus diesem Grund in der Regel 0,6 - 0,7 V. Der Headroom ist eine wichtige Größe für die Auslegung von Operarationsverstärker. Operationsverstärker, bei denen dieser Headroom sehr gering ist, werden von den Herstellern zumeist als „Rail-to-Rail“ Verstärker klassifiziert.

Merke:

Um das Rechnen mit Operationsverstärkern zu erleichtern, wird häufig ein vereinfachtes Modell verwendet. Es ist wichtig die Grenzen dieses Modells zu kennen und diese bei der Bauteilauswahl und Schaltungsplanung zu berücksichtigen.

3 Prinzip der Gegenkopplung

Nachdem die vorherigen Kapitel zunächst den inneren Aufbau des Verstärkers und das sich daraus ergebenden Modell sowie die im idealen Modell nicht beschriebenen, realen Effekte thematisierten, soll es in diesem Unterkapitel um die Beschaltung des Operationsverstärkers gehen.

Es sollen im Rahmen dieses Kapitels folgende Kompetenzen erworben werden:

Lernziele: Operationsverstärker

Die Studierenden können

- verschiedene Operationsverstärkerschaltungen und mögliche Einsatzgebiete nennen.
- die Funktion von vorliegenden Operationsverstärkerschaltungen bestimmen und mithilfe der Kirchhoff'schen Gesetze die Verstärkung berechnen.
- wichtige Eigenschaften von Operationsverstärkerschaltungen benennen.

Dazu soll ein Problem dargestellt werden, für dessen Lösung ein Operationsverstärker verwendet werden soll. Anhand dieses Problems soll die Verwendung von Operationsverstärkern Schritt für Schritt motiviert werden.

Beispiel 10.1: Teil 1: Entwicklung einer Verstärkerschaltung für Musiksignale

Bei der Entwicklung von Hi-Fi-Geräten müssen Verstärker an die Last (also den Lautsprecher) angepasst werden. Dazu wird ein Leistungsverstärker (d.h. eine Endstufe) benötigt. Eine solche Endstufe, die geeignet ist, das Signal eines Handys so zu verstärken, dass ein Lautsprecher damit betrieben werden kann soll hier aufgebaut werden. Ein vereinfachtes Ersatzschaltbild des Lautsprechers ist durch eine Induktivität mit einem in Reihe geschalteten Widerstand gegeben (siehe Abbildung 10.7). Das Eingangsspannungsniveau ist 1 V und es soll ein 4 Ω Lautsprecher betrieben werden (4 Ω bedeutet, dass der Lautsprecher bei 1 kHz eine Impedanz von 4 Ω aufweist). Wie groß muss die Spannung am Ausgang des Verstärkers sein, damit der Lautsprecher bei 1 kHz 25 W aufnimmt. Wie kann hier vorgegangen werden, wenn eine Operationsverstärkerschaltung für die Lösung genutzt werden soll?

Lösung

Zunächst muss dazu die Spannung berechnet werden, die der Verstärker ausgeben soll.

$$U_\mathrm{A} = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{25\,\mathrm{W} \cdot 4\,\Omega} = 10\,\mathrm{V} \tag{10.1}$$

Wie kann nun mithilfe eines Operationsverstärkers der mit einem „?“ gekennzeichneten Teil der Schaltung ersetzt werden, um eine notwendige Verstärkung von 10 zu erreichen (siehe Abbildung 10.7).

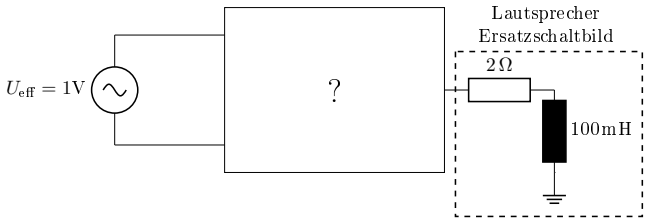


Abbildung 10.7: Schaltung des Beispielproblems mit einer Signalquelle auf der Eingangsseite und einer komplexen Last auf der Ausgangsseite. Es wird für den mit einem Fragezeichen gekennzeichneten Teil der Schaltung zunächst der Verstärkungsfaktor $V = \frac{U_\mathrm{A}}{U_\mathrm{E}}$ gesucht.

Wie aus vorherigen Kapiteln bekannt ist, besitzen Operationsverstärker einen invertierenden und einen nicht-invertierenden Eingang. Existiert zwischen diesen beiden Eingängen eine Spannungsdifferenz, so verstärkt der Operationsverstärker diese Differenz um ein Vielfaches, bis die Spannung die maximale Ausgangsspannung des Operationsverstärkers erreicht (siehe A in Abbildung 10.8). Die Slew-Rate (zu deutsch: Anstiegsrate) gibt an, wie schnell dieser Anstieg geschehen kann. Wird die Ausgangsspannung nicht auf den Eingang zurückgeführt, steigt die Ausgangspannung, bis das Niveau der Versorgungsspannung erreicht wird. Eine solche Beschaltung des Verstärkers wird als Komparatorschaltung bezeichnet.

Dieses Verhalten ist für die meisten Anwendungen bei denen der Eingangsspannungssignal mit geringer Amplitude verstärkt werden soll, nicht erwünscht. Stattdessen werden Operationsverstärker meistens in der sogenannten Gegenkopplung (B) betrieben, bei der der Ausgang auf den invertierenden Eingang zurückgeführt wird. Der in (B) eingezeichnete Schalter sei zunächst geöffnet und der Operationsverstärker werde nicht mit Spannung versorgt. Zum Zeitpunkt 0 s wird der Schalter geschlossen und die Versorgungsspannung des Verstärkers eingeschaltet, wodurch die Rückführung des Ausgangssignals U_A aktiv wird (C). Durch die Rückkopplung des Ausgangssignal wird so erreicht, dass die Spannung am invertierenden Eingang auf das Spannungsniveau der Ausgangsspannung angeglichen wird. Die in (C) dargestellte Verstärkerschaltung hat die Verstärkung 1 und wird als Impedanzwandler bezeichnet, da der Verstärker in dieser Schaltungsart aufgrund seiner hohen Eingangsimpedanz verwendet werden kann, um eine Schaltung mit hochohmigem Eingang zu realisieren (dies ist beispielsweise bei Messschaltungen für Spannungsmessungen notwendig). Für die Lösung des Anwendungsproblems ist diese Schaltung allerdings noch nicht geeignet, da eine Verstärkung von 5 gefordert ist. Um diese zu erreichen werden in die Verstärkerschaltung nun zusätzlich Widerstände eingebaut (wie in (D) dargestellt ist)[4].

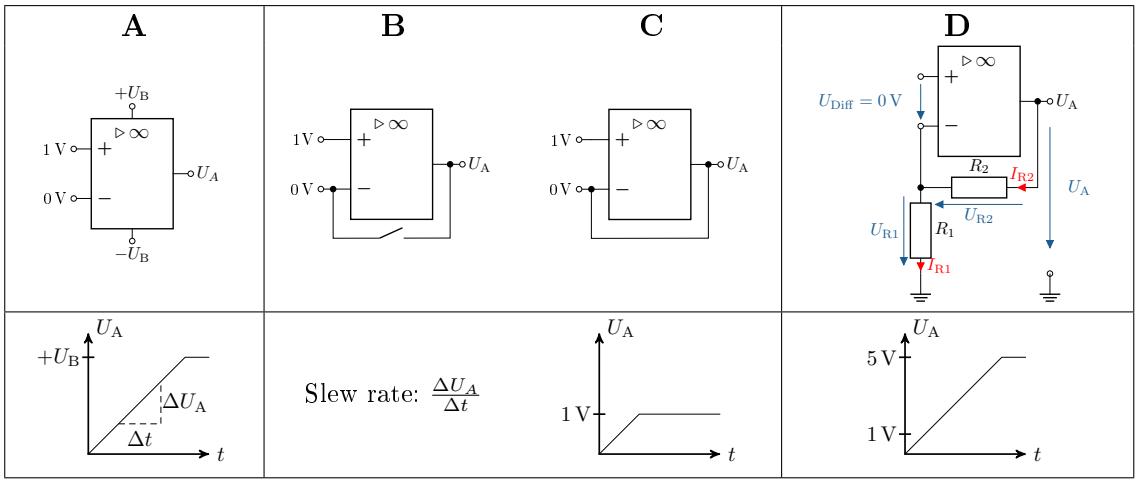


Abbildung 10.8: Verschaltung eines Verstärkers als Komparator (A), Impedanzwandler (C) und nicht-invertierender Verstärker (D)

Beispiel 10.2: Teil 2: Entwicklung einer Verstärkerschaltung für Musiksignale

Im letzten Schritt muss ermittelt werden, wie die Widerstände in (D) gewählt werden müssen, damit sich eine Verstärkung von 10 ergibt. Dazu müssen zunächst die Maschengleichungen aufgestellt werden. Eine wichtige Annahme zur Aufstellung dieser Maschengleichung ist, dass davon ausgegangen wird, dass der Verstärker durch die Rückkopplung des Ausgangsignal die

[4] Es lässt sich feststellen, dass sich für $R_2 = 0$ und $R_1 = \infty$ wieder die Schaltung des Impedanzwandlers ergibt. Der Impedanzwandler ist also ein Spezialfall des nicht-invertierenden Verstärkers.

beiden Eingangssignale angleicht. Hier darf also geschrieben werden „Annahme: $U_{\mathrm{dif}} = 0$ V“. Somit ergibt sich für den invertierenden Eingang $U_{\mathrm{E\text{-}}} = 1\,\mathrm{V}$. Da weiterhin davon ausgegangen wird, dass kein Strom in die Eingänge hineinfließt gilt $I_{\mathrm{R1}} = I_{\mathrm{R2}}$. Die Maschengleichung lautet auf Grundlage dieser Annahmen

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{R1}} + U_{\mathrm{R2}} = U_{\mathrm{E}} + I_{\mathrm{R2}} \cdot R_2 = U_{\mathrm{E}} + \frac{U_{\mathrm{E}}}{R_1} \cdot R_2 \tag{10.2}$$

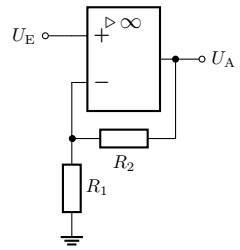
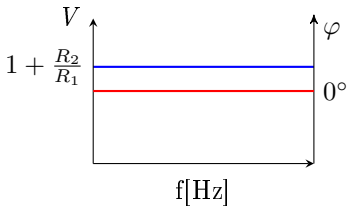
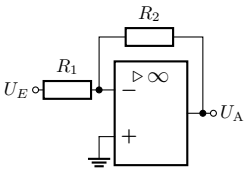
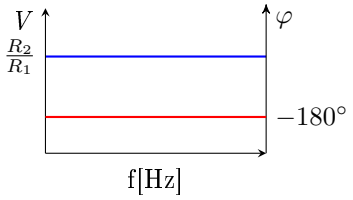
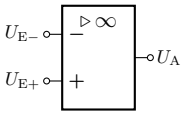
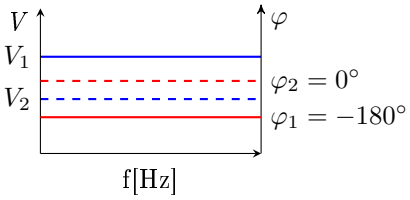
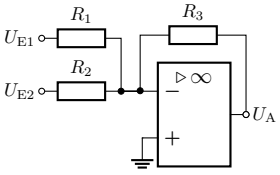
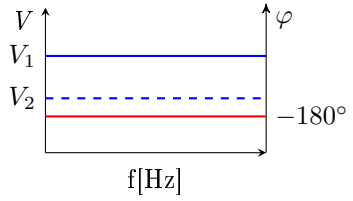
Dadurch ergibt sich das Ein-Ausgangsverhalten im zeitbereich zu folgendem Ausdruck.

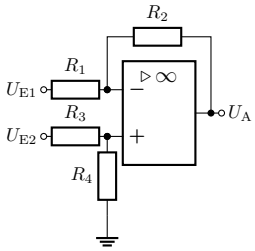
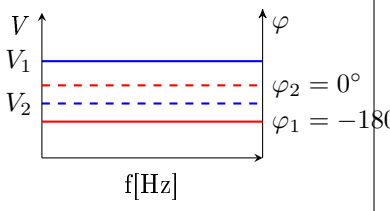
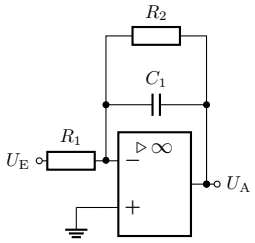
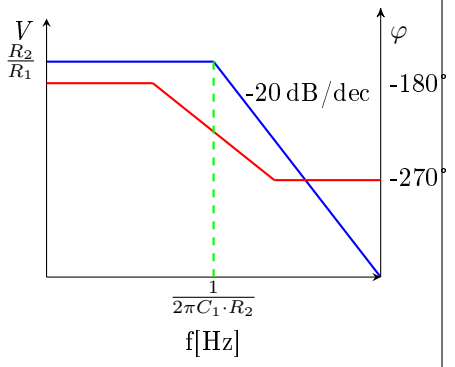
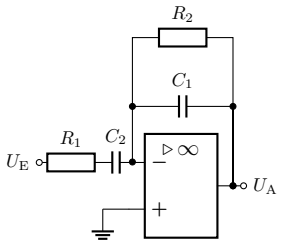
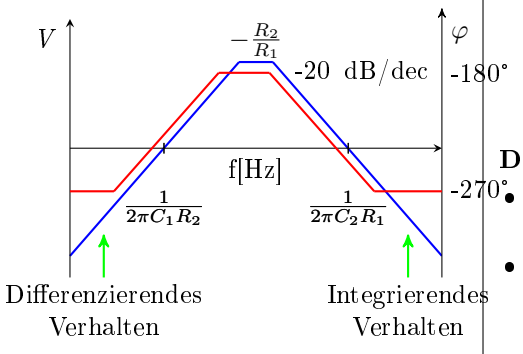
$$\frac{U_{\mathrm{A}}}{U_{\mathrm{E}}} = \underbrace{(1 + \frac{R_2}{R_1})}_{V} \tag{10.3}$$

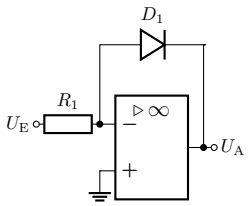
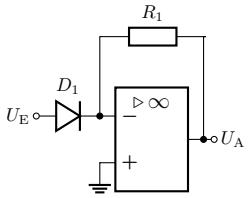
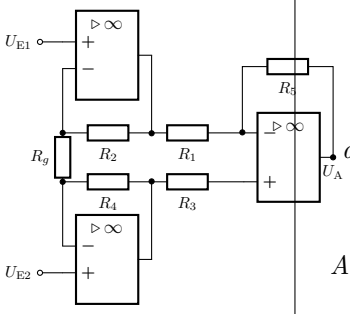
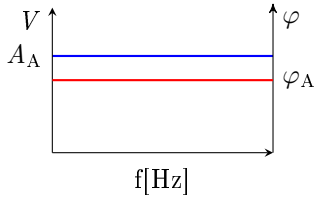
Wird diese Gleichung nach R_2/R_1 gelöst, ergibt sich das Verhältnis der Widerstände für das oben beschriebene Problem zu $R_2/R_1 = 9$. Die Widerstände sollten hier nicht zu groß gewählt werden, da dann der Ausgleichsstrom zwischen Ausgang und Eingang zu klein werden könnte. Das kann zu einem starken Rauschen am Verstärkerausgang führen. Übliche Widerstandswerte sind in der Regel den Beispielschaltungen des Datenblattes eines Operationsverstärkers zu entnehmen. In diesem Fall könnte z.B. $R_2 = 9\ \mathrm{k\Omega}$ und $R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$ gewählt werden.

Ähnnlich wie für die oben dargestellte Schaltung lassen sich auch für alle weiteren Operationsverstärkerschaltungen Übertragungsfunktionen herleiten. Das soll hier allerdings nicht gezeigt werden. Weitere Übertragungsfuktionen für einige ausgewählte Operationsverstärkergrundschaltungen können Tabelle 10.2 entnommen werden. In dieser Tabelle sind die die Schaltungen, die Bodediagramme mit Phasengang (rot) und Amplitudengang (blau) und die Übertragungsfunktionen angegeben. Nachdem nun die Beschaltung von Verstärkern vorgestellt wurde, soll im Folgenden Kapitel nun noch eine wichtige Eigenschaft von Verstärkerschaltungen thematisiert werden, die sich aus den genutzen Verstärkerbausteinen und der äußeren Verschaltung ergibt: Die Stabilität der Verstärkerschaltung.

Tabelle 10.2: Ausgewählte Operationsverstärker-Grundschaltungen

Schaltung	Frequenzgang und Gleichung	Erläuterung und Eigenschaften
	 $U_A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_E$	**Nicht-invertierender Verstärker** • Phasengleiches Ausgangssignal • Sehr hochohmiger Eingangswiderstand • Niederohmiger Ausgangswiderstand • Anwendungen: z.B. Impedanzwandler
	 $U_A = \frac{R_2}{R_1} U_E$	**Invertierender Verstärker** • -180° Phasenverschiebung zwischen Ein- zu Ausgang • R_1 bestimmt den Eingangswiderstand • Niederohmiger Ausgangswiderstand • Anwendungen: z.B. Aktiver Spannungsteiler zum Messen hoher Spannungen, wenn $R_1 > R_2$
	 $V_1 : U_{E+} > U_{E-} \Rightarrow U_A \approx +U_B$ $V_2 : U_{E+} < U_{E-} \Rightarrow U_A \approx -U_B$	**Komparator** Einsatz in Zweipunktreglern und Analog-Digital-Wandlern
	 $U_A = \underbrace{\frac{R_3}{R_1}}_{V_1} \cdot U_{E1} + \underbrace{\frac{R_3}{R_2}}_{V_2} \cdot U_{E2}$	**Summierer** Der Summierer basiert auf dem invertierenden Verstärker und findet Verwendung in Analogrechnern und beim Mischen von Spannungssignalen

Schaltung	Frequenzgang und Gleichung	Erläuterung und Eigenschaften
	 $U_A = U_{E2} \cdot \underbrace{\frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}}_{V_2} - U_{E1} \cdot \underbrace{\frac{R_2}{R_1}}_{V_1}$	**Subtrahierer** Wenn alle Widerstände gleich groß sind, wird die Differenz der Signale U_{E1} und U_{E2} gebildet, weswegen diese Schaltung als Differenzverstärker bezeichnet wird
	 $U_A(t) = -\frac{R_2}{R_1} U_E(t) - \int_0^t \frac{U_E(t)}{R_1 C_1}\, dt$	**Integrierer/Integrator** • Nimmt eine Integration des Eingangssignals vor • Wird als aktives Tiefpassfilter verwendet
	 $U_A = -\frac{R_2}{R_1} U_E(t)$ $- \int_0^t \frac{1}{R_1 C_1} U_E(t)\, dt - R_2 C_2 \frac{dU_E(t)}{dt}$	**Differenzierer** • Nimmt eine Differenziation des Eingangssignals vor • Wird als aktives Hochpassfilter verwendet (zeigt in der Realität meist Bandpassverhalten, wie hier dargestellt)

Schaltung	Frequenzgang und Gleichung	Erläuterung und Eigenschaften
	$U_A = -U_T \cdot \ln\left(\frac{U_E}{R_1 \cdot I_S}\right)$ $U_T = \frac{k_B \cdot T}{e}$ e = Elementarladung k_B = Boltzmannkonstante I_s = Sperrstrom der Diode	**Logarithmierer** Bildet den natürlichen Logarithmus des Eingangssignals
	$U_A = -R_1 \cdot I_S \cdot e^{\frac{U_E}{U_T}}$	**Potenzierer** Besitzt einen e-funktionalen Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsspannung
 	a_i : Amplitude Eingangsspannung i φ_i : Phase Eingangsspannung i $A_A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$ $\tan(\varphi_A) = \frac{a_1\sin(\varphi_1) + a_2\sin(\varphi_2)}{a_1\cos(\varphi_1) + a_2\cos(\varphi_2)}$ Wenn : $R_2 = R_4 = R$ $U_A = (1 + \frac{2R}{R_g}) \cdot \frac{R_3}{R_2}(U_{E2} - U_{E1})$	**Instrumentenverstärker** Differenzverstärker mit hoher Eingangsimpedanz und hoher Gleichtaktunterdrückung

4 Stabilität von Verstärkerschaltungen

Durch die Rückführung des Ausgangssignals auf das Eingangssignal ergibt sich ein Regelkreis. Dieser Regelkreis ist allerdings nicht immer stabil, d.h. die Rückführung führt nicht dazu, dass die Ausgangsgröße sich nur so lange ändert, wie am Eingang auch eine Differenzspannung vorliegt[5]. Dies wird deutlich, wenn das Ausgangssignal auf den nicht-invertierenden anstatt den invertierenden Eingang zurückgeführt wird. Wird nun eine Spannungssdifferenz an den Eingang angelegt und am Ausgang verstärkt ausgegeben, so führt diese Ausgangsspannung zu einer erneuten Erhöhung der Spannungsdifferenz am Eingang. Das System ist also nicht stabil. Ein ähnliches Phänomen kann beobachtet werden, wenn in der Verstärkerschaltung Energiespeicher (Kondensatoren oder Spulen) verwendet werden. Eine solche Schaltung weißt immer eine Stabilitätsgrenze auf, die dann erreicht wird, wenn das auf den invertierenden Eingang rückgekoppelte Signal, eine Phasenverschiebung von 180° aufweist. In diesem Fall wird die Gegenkopplung zur Mitkopplung und die Schaltung wird instabil. Das ist aber nicht die einzige Möglichkeit, wie eine Schaltung instabil werden kann. Auch kann die Schaltung ins Schwingen geraten, wenn die Energiespeicher nicht richtig dimensioniert werden. Aus diesem Grund sind Stabilitätsanalysen der entworfenen Schaltungen unerlässlich.

Es sollen im Rahmen dieses Kapitels folgende Kompetenzen erworben werden:

Lernziele: Operationsverstärker

Die Studierenden können

- Stabilitätsanalysen durchführen und Ergebnisse der Analyse beurteilen.
- Bauteile in OPV-Schaltungen dem Stabilitätskriterien entsprechend dimensionieren.

Einige der Stabilitätskriterien, die zur Stabilitätsbewertung herangezogen werden sind im Folgenden beschrieben. Die Bewertung der Stabilität von Operationsverstärkerschaltungen ist eine wichtige Fähigkeit für Studierende der Elektrotechnik, egal ob die Schaltungen von Grund auf entworfen oder Fehler in bestehenden Schaltungen behoben werden sollen. Diese Bewertung stellt sicher, dass Operationsverstärkerschaltungen zuverlässig und effektiv arbeiten, was für ihre Integration in verschiedene elektronische Systeme unerlässlich ist. Im Folgenden wird erläutert, welche Methoden zur Bewertung der Stabilität verwendet werden.

Frequenzgangsanalyse (experimentell/simulativ)

Eine grundlegende Technik ist die Frequenzganganalyse. Bei diesem Verfahren wird untersucht, wie sich die Verstärkung und die Phase einer Operationsverstärkerschaltung ändern, wenn die Frequenz des Eingangssignals variiert. Werkzeuge wie Bodediagramme werden häufig zur Visualisierung dieser Reaktion eingesetzt und helfen bei der Identifizierung potenzieller Stabilitätsprobleme wie Verstärkungsspitzen oder Phasenverschiebungen, die zu Instabilität führen könnten. Ein wichtiges Kriterium bildet hier die Phasenreserve. Die Bestimmung dieser Größe ist ein quantitativer Ansatz zur Stabilitätsbewertung. Sie hilft bei der Messung der Stabilitätsspanne innerhalb eines Rückkopplungssystems, indem sie die Phasendifferenz zwischen der tatsächlichen Phasenverschiebung bei der Durchtrittsfrequenz (also 0 dB) und 180° betrachtet. Dieser Punkt wird als „kritischer Punkt“ bezeichnet, da bei einer Phasenverschiebung über 180° und einer Verstärkung über 0 dB, die Rückkopplung zur Mitkopplung wird. Wenn die Phasendifferenz einen bestimmten Schwellenwert überschreitet, in der Regel etwa 45°, wird davon ausgegangen, dass das System weit genug von der Stabilitätsgrenze entfernt ist. Diese Analyse findet normalerweise graphisch auf Grundlage des Bodediagramms statt.

[5] Dies ist eine Vereinfachung. In der Regelungstechnik wird zwischen Lyapunov-Stabilität und BIBO-Stabilität unterschieden (siehe hierzu z.B. „Regelungstechnik“ von Otto Föllinger)

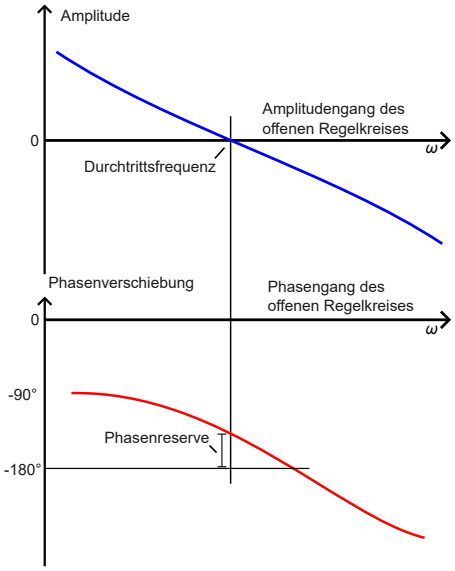


Abbildung 10.9: Bestimmung der Phasenreserve auf Grundlage des Bodediagramms

Analyse der Übertragungsfunktion (analytisch)

Liegt die Übertragungsfunktion der Operationsverstärkerschaltung vor, kann auch direkt eine Stabilitätsanalyse durchgeführt werden. Dazu werden die Pole der Übertragungsfunktion (z.B. im Laplacebereich) analysiert. Liegen diese in der linken s-Halbebene (also sind alle Pole negativ), weißt die Schaltung ein stabiles Übertragungsverhalten auf. Bei diesem Ansatz sowie bei der Frequenzanalyse (sofern das Bodediagramm nicht experimentell ermittelt wurde) muss beachtet werden, dass die Übertragungsfunktion meist nur für einen bestimmten Frequenzbereich gültig ist, da z.B. die Dynamik des Operationsverstärkers bei diesen Methoden in der Regel nicht berücksichtigt wird.

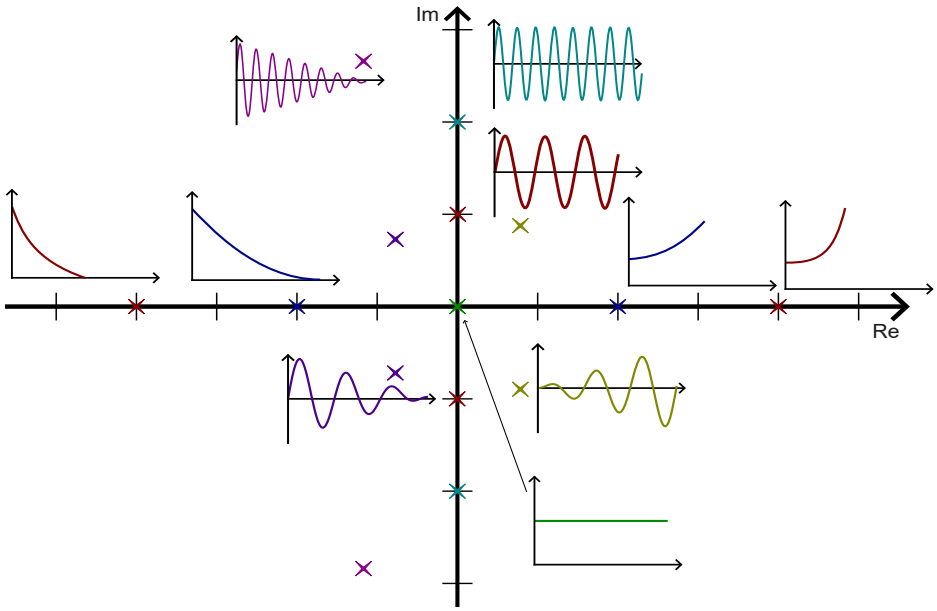


Abbildung 10.10: Systemantworten bei verschiedenen Polstellen-Lagen

Analyse des Einschwingverhaltens (experimentell/simulativ)

Eine weitere wichtige Methode ist die Analyse des Einschwingverhaltens. Bei dieser Methode wird ein Spannungssprung auf die Verstärkerschaltung gegeben um zu untersuchen, wie eine Operationsverstärkerschaltung auf plötzliche Änderungen der Eingangssignale reagiert. Durch Beobachtung der Reaktion des Schaltkreises kann so eine Aussage getroffen werden, ob das System zur Instabilität neigt. In der Realität ist dieser Test sehr vorsichtig durchzuführen, da bei bei einer instabilen Schaltung schnell Bauteile zerstört werden können. Aus diesem Grund wird ein solcher Test heutzutage häufig rein simulativ durchgeführt. Als Faustregel lässt sich hier sagen: Wenn die Schaltung nach einer Anregung durch einen Einheitssprung gegen einen festen Wert strebt und keine Dauerschwingung ausführt, kann das Einschwingverhalten als stabil angenommen werden.

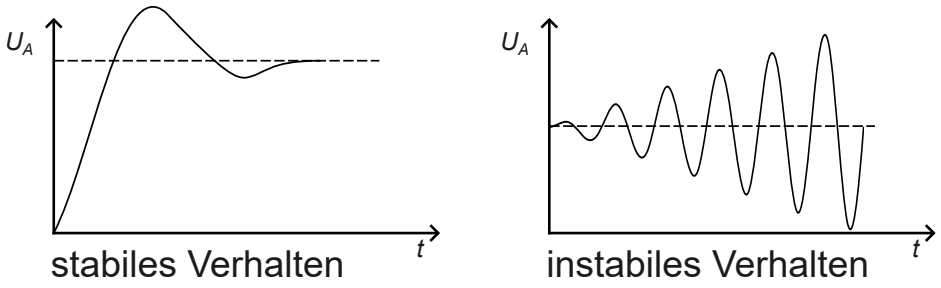


Abbildung 10.11: Stabiles und instabiles Einschwingverhalten

Wie dargestellt wurde, ist die Stabilitätsanalyse ein komplexes Thema und soll hier nur angeschnitten werden. An dieser Stelle wird kein Wert auf Vollständigkeit gelegt. Die genannten Analysemethoden sind Teil der Regelungstechnik und in der einschlägigen Literatur nachzulesen.

Merke:

Durch die Rückführung des Ausgangssignal auf den Eingang ergibt sich ein Regelkreis. Die Stabilität dieses Regelkreises muss simulativ, experimentell oder analytisch überprüft werden.

5 Operationsverstärker als Analogrechner

Neben dem Einsatz von Operationsverstärkern in Messverstärkern, werden OPVs auch in Analogrechnern eingesetzt. Das mag in der Zeit hochperformanter Prozessoren nicht mehr relevant wirken, hat aber durchaus Vorteile. So kann die Berechnungszeit mithilfe von Operationsverstärkern deutlich reduziert werden. Das macht vor allem in Anwendungen Sinn, in denen nur eine Rechenoperation (Multiplikation, Addition o.ä.) durchgeführt werden soll, aber so gut wie keine Latenzen auftreten dürfen. Dies ist heutzutage noch häufig in der Regelungstechnik der Fall.

Es sollen im Rahmen dieses Kapitels folgende Kompetenzen erworben werden:

Lernziele: Operationsverstärker

Die Studierenden können

- geeignete Operationsverstärkerschaltungen für eine Problemlösung angegeben.
- Widerstandsverhältnisse berechnen.

Im Folgenden sollen ein Beispiel vorgestellt werden, das zeigen soll, wie mithilfe der in der Tabelle gegebenen Operationsverstärkergrundschaltungen ein Analogrechner aufgebaut werden kann.

Beispiel 10.3: Beispiel Analogrechner

Es soll eine Schaltung entworfen werden, die folgende Funktion umsetzt:

$$U_\mathrm{A} = \int U_\mathrm{E1} dt + x \cdot U_\mathrm{E1} - 2 \cdot U_\mathrm{E2} \tag{10.4}$$

Lösung
Zunächst muss die Gleichung in zwei Teilprobleme zerlegt werden, die mithilfe von Operationsverstärkerschaltungen gelöst werden können. Das erste Teilproblem bildet die Integration des Eingangssignals U_{E1}. Dazu soll zunächst eine Integratorschaltung verwendet werden. Das zweite Teilproblem bildet die Addition der Signale. Dafür kann ein Summierer verwendet werden. Durch eine Kombination von einer Integratorschaltung und einem Summierer ist also das gewünschte Verhalten zu erreichen. Ist es mit dieser Schaltung möglich x=0 zu wählen?

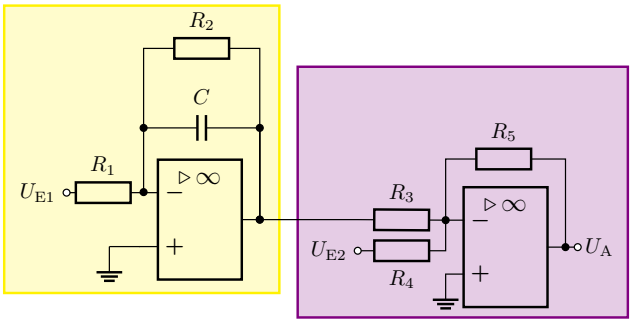


Abbildung 10.12: Schaltung zur Lösung der Analogrechneraufgabe

$$U_\mathrm{A} = \underbrace{\left[-\frac{1}{R_1 \cdot C} \int_0^t U_\mathrm{E1}\ dt - \frac{R_2}{R_1} \cdot U_\mathrm{E1} \right]}_{Formel\ des\ Integrators} \cdot \underbrace{\left(-\frac{R_5}{R_3} \right) - \frac{R_5}{R_4} \cdot U_\mathrm{E2}}_{Formel\ des\ Summierers} \tag{10.5}$$

Dies kann nun wie folgt umgeformt werden

$$U_\mathrm{A} = \underbrace{\frac{R_5}{R_1 \cdot R_3 \cdot C}}_{\stackrel{!}{=}1} \int_0^t U_\mathrm{E1}\ dt + \underbrace{\frac{R_2 R_5}{R_1 R_3}}_{\stackrel{!}{=}x} U_\mathrm{E1} - \underbrace{\frac{R_5}{R_4}}_{\stackrel{!}{=}2} \cdot U_\mathrm{E2} \tag{10.6}$$

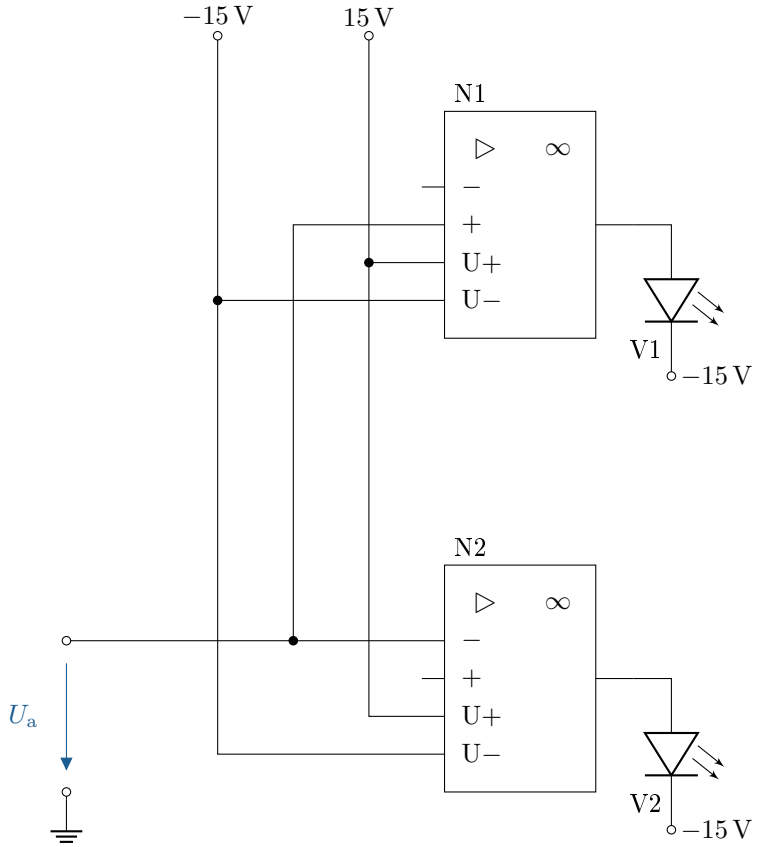
Wie der Formel zu entnehmen ist, müssen nun die Bauteilwerte nur noch so gewählt werden, dass sich die richtigen Vorfaktoren ergeben. Eine Wahl von x=0 ist nur möglich, wenn der

Widerstand R_2 weggelassen wird. In diesem Fall ergibt sich ein „idealer“ OPV, der real so in der Regel jedoch nicht realisiert wird.

A Übungsaufgaben

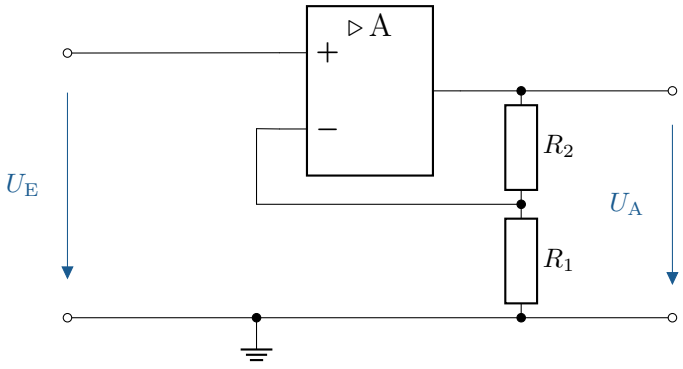
A.1 Überwachung einer Spannung mit LEDs

Gegeben ist die abgebildete Schaltung, mit dieser soll die Spannung U_a überwacht werden. U_a darf dabei nur im folgenden Bereich liegen $4{,}75\,\mathrm{V} < U_a < 5{,}25\,\mathrm{V}$. Wenn die Spannung über oder unterschritten ist, soll jeweils eine der LEDs aufleuchten. Erzgänzen Sie die Schaltung.



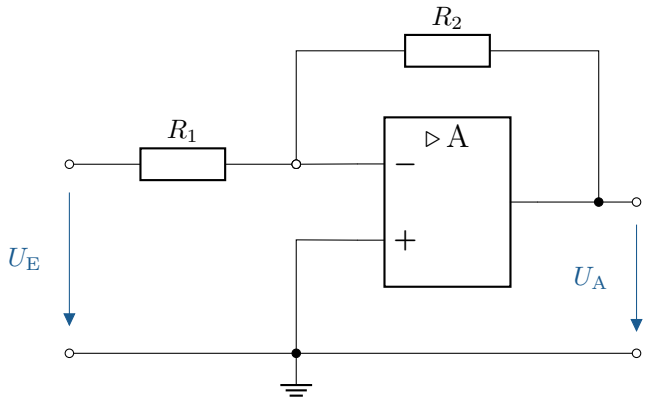
A.2 Widerstandsberechnung für nicht-invertierenden Verstärker

Gegeben ist die abgebildete Schaltung mit einem nichtinvertierenden Verstärker. Dabei ist der Widerstand $R_2 = 1\,\mathrm{k\Omega}$. Was für Widerstandswerte muss R_1 aufweisen, damit die Verstärkung der gegebenen Schaltung 10, 50 und 100 beträgt?



A.3 Widerstandsberechnung für invertierenden Verstärker

Gegeben ist die abgebildete Schaltung mit einem invertierenden Verstärker. Dabei ist der Widerstand $R_2 = 1\,\text{k}\Omega$. Was für Widerstandswerte muss R_1 aufweisen, damit die Verstärkung der gegebenen Schaltung -10, -50 und -100 beträgt?

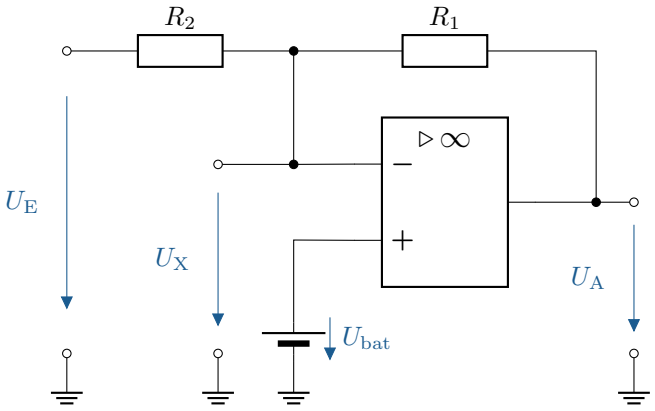


A.4 Berechnung der Ausgangsspannung bei zwei Eingangsspannungen

Gegeben ist die abgebildete Schaltung mit einem idealen Operationsverstärker. Dabei ist der Widerstand $R_1 = 100\,\text{k}\Omega$ und $R_2 = 10\,\text{k}\Omega$. Die Betriebsspannung beträgt $\pm 15\,\text{V}$.

a) Ermitteln Sie die Ausgangsspannung U_A bei $U_\text{E} = 2\,\text{mV}$ und $U_\text{bat} = 0\,\text{V}$

b) Ermitteln Sie die Ausgangsspannung U_A bei $U_\text{E} = 20\,\text{mV}$ und $U_\text{bat} = 0\,\text{V}$



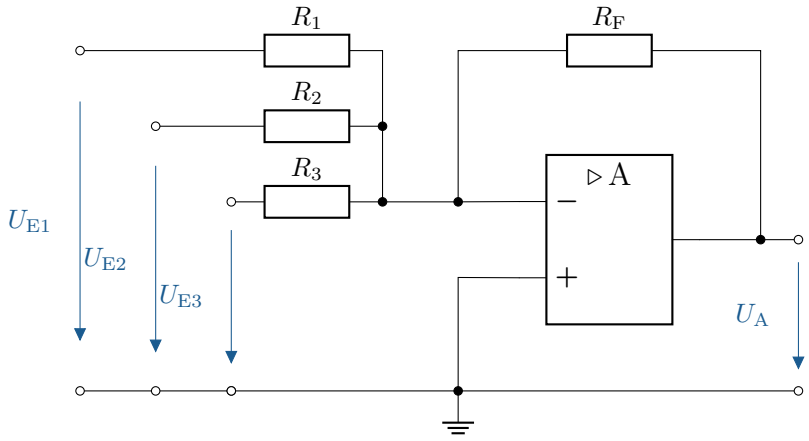
A.5 Berechnung der Ausgangsspannung bei mehreren Eingangsspannungen

Gegeben ist die abgebildete Schaltung mit einem idealen Operationsverstärker. Die Betriebsspannung beträgt $\pm 15\,\text{V}$.

a) Die Widerstände sind alle gleich, es gilt $R_1 = R_2 = R_3 = R_\text{F} = 10\,\text{k}\Omega$. Die Spannungen sind $U_\text{E1} = 1\,\text{V}$, $U_\text{E2} = 2\,\text{V}$, $U_\text{E3} = 3\,\text{V}$. Wie hoch ist die Spannung am Ausgang U_A?

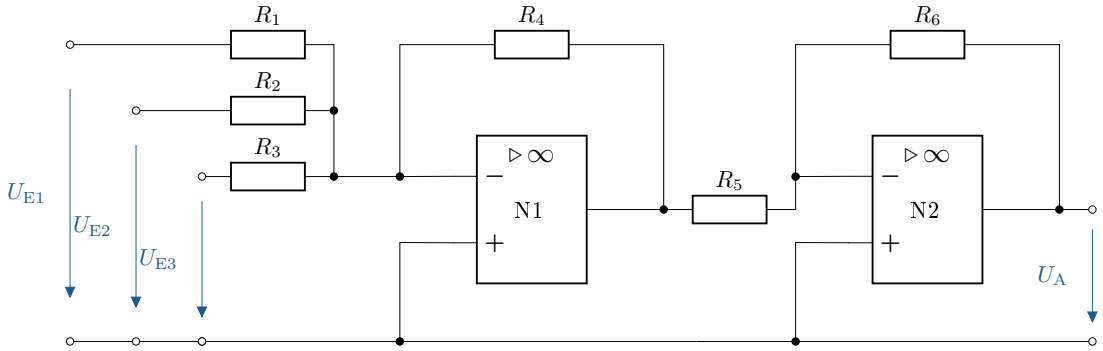
b) Die Eingangsspannungen bleiben gleich groß, nur die Widerstände betragen nun $R_\text{F} = 10\,\text{k}\Omega$, $R_1 = 2\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 5\,\text{k}\Omega$, $R_3 = 10\,\text{k}\Omega$. Wie hoch ist die Spannung am Ausgang U_A?

c) Die Eingangsspannungen bleiben gleich groß, nur die Widerstände betragen nun $R_\mathrm{F} = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 5\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 2\,\mathrm{k\Omega}$. Wie hoch ist die Spannung am Ausgang U_A?



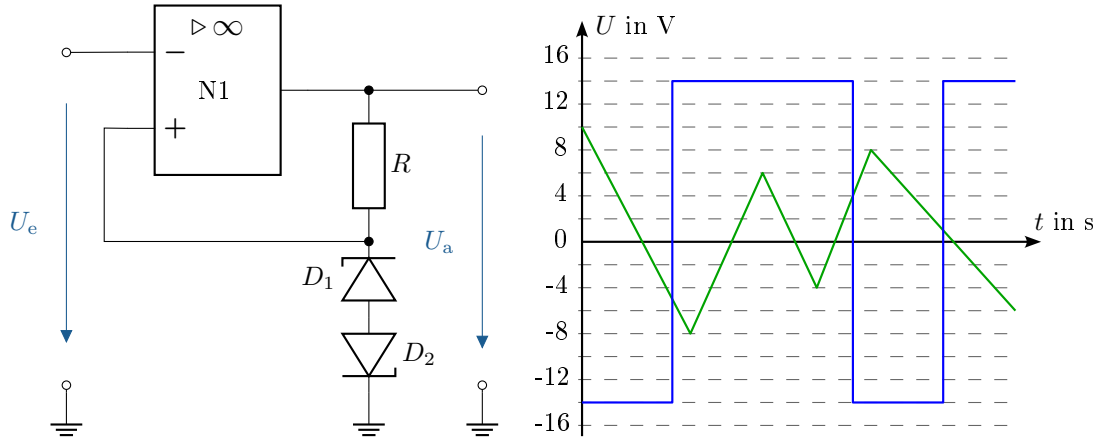
A.6 Berechnung der Ausgangsspannung einer zweistufigen OPV-Schaltung

Berechnen Sie U_A mit den folgenden Werten:
$R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 20\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 30\,\mathrm{k\Omega}$, $R_4 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_5 = 20\,\mathrm{k\Omega}$



A.7 Dimensionierung einer Komparatorschaltung mit Diode

Dimensionieren Sie die Beschaltung des Komparators so, dass das unten skizzierte Übertragungsverhalten (grün: U_E, blau: U_A) entsteht. Die Durchlassspannung der Diode wird mit $U_\mathrm{D} = 0{,}7\,\mathrm{V}$ angenommen. Die maximale Verlustleistung des Widerstandes beträgt $1/4\,\mathrm{W}$.



A.8 Beschreibung von idealen Eigenschaften

Beschreiben Sie folgende Kennzeichen eines idealen Operationsverstärkers:

a) Eingangswiderstand

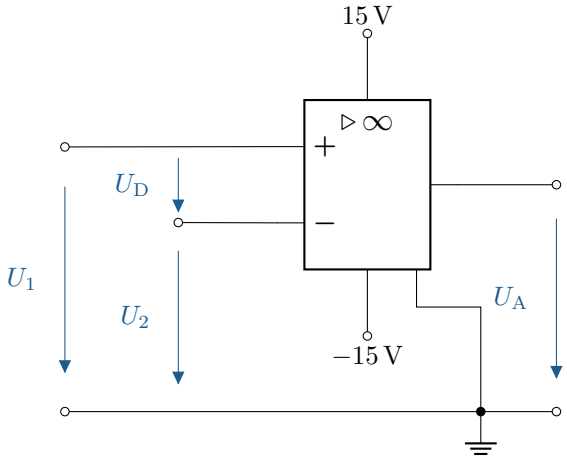
b) Ausgangswiderstand

c) Differenzverstärkung

d) Eingangsoffsetspannung

A.9 Ausgangsspannung eines Komparators ermitteln

Geben ist der dargestellte Komparator. Die Spannung $U_1 = 8{,}25\,\text{V}$ sei konstant. Wie groß ist die Ausgangsspannung für $U_2 = 0\,\text{V}; 4\,\text{V}; 8\,\text{V}; 8{,}2\,\text{V}; 8{,}249\,\text{V}; 8{,}251\,\text{V}; 8{,}3\,\text{V}; 10\,\text{V}$?



A.10 Komparatorschaltung zur Akku-Überwachung berechnen

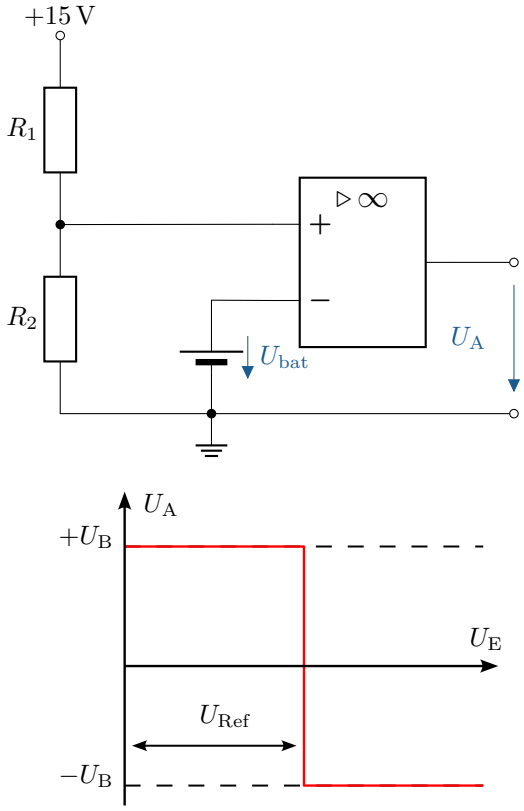
Zur Überwachung des Ladezustandes eines Akkus soll ein Komparator eingesetzt werden. Der Komparator soll umschalten, wenn eine Batteriespannung U_{bat} von 6 V unterschritten wird. Der Widerstand R_1 beträgt $10\,\text{k}\Omega$. Die Betriebsspannung des Komparators beträgt $\pm 15\,\text{V}$.

a) Wie groß muss der Widerstand R_2 gewählt werden?

b) Zur Anzeige des Ladezustands soll eine LED verwendet werden. Erweitern Sie die Schaltung um die Ladungsanzeige per LED.

c) Durch die LED mit der Flussspannung von 2,2 V darf maximal ein Strom von 20 mA fließen. Wie groß muss der Vorwiderstand gewählt werden?

d) Die Spannung am Spannungsteiler ist abhängig von der Betriebsspannung. Welche anderen geeigneten Bauelemente existieren für die Erzeugung der Referenzspannung? Nennen und zeichnen Sie ein Beispiel.



A.11 Schaltungsentwurf eines Operationsverstärkers mit zwei Eingangsspannungen

Zwischen der Ausgangsspannung U_a und den Eingangsspannungen U_1 und U_2 besteht der folgende funktionale Zusammenhang: $U_a = -5\ U_1 - 0{,}8\ U_2$. Geben Sie eine mit Operationsverstärker(n) und Widerständen aufgebaute Schaltung zur Realisierung dieses funktionalen Zusammenhangs an. Die Operationsverstärker dürfen als ideale Operationsverstärker angenommen werden. Geben Sie Werte der verwendeten Widerstände an!

A.12 Entwurf einer Verstärkerschaltung mit unterschiedlichen Eingangsverstärkungen

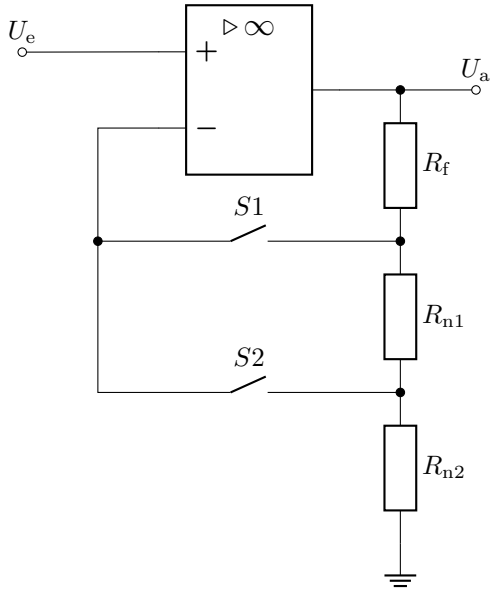
Zwischen der Ausgangsspannung U_a und dem Eingangsspannungen U_1 und U_2 besteht der folgende funktionale Zusammenhang: $U_a = 2\ U_1 - 0{,}5\ U_2$ Geben Sie eine mit Operationsverstärker(n) und Widerständen aufgebaute Schaltung zur Realisierung dieses funktionalen Zusammenhangs an. Die

Operationsverstärker dürfen als ideale Operationsverstärker angenommen werden. Geben Sie Werte der verwendeten Widerstände an! Typische Widerstände für OPV-Schaltungen liegen im Bereich von 1 kΩ bis 100 kΩ.

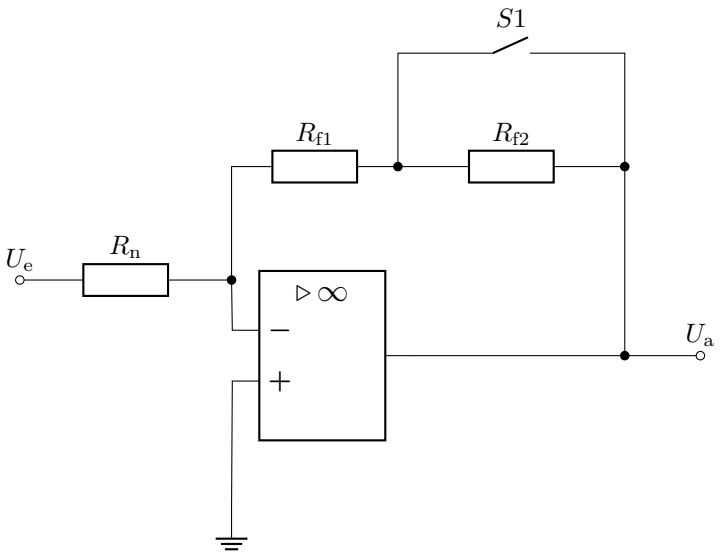
A.13 Verstärkungseinstellung mit schaltbaren Widerständen

Um die Verstärkung eines OPVs einzustellen, können mithilfe von Schaltern verschiedene Widerstände am OPV zu- und abgeschaltet werden. Berechnen Sie die untenstehenden OP-Schaltungen in Abhängigkeit der Schalterstellungen S!

a) Für die folgende Schaltung mit vier möglichen Schalterstellungen



b) Für die folgende Schaltung mit zwei möglichen Schalterstellungen



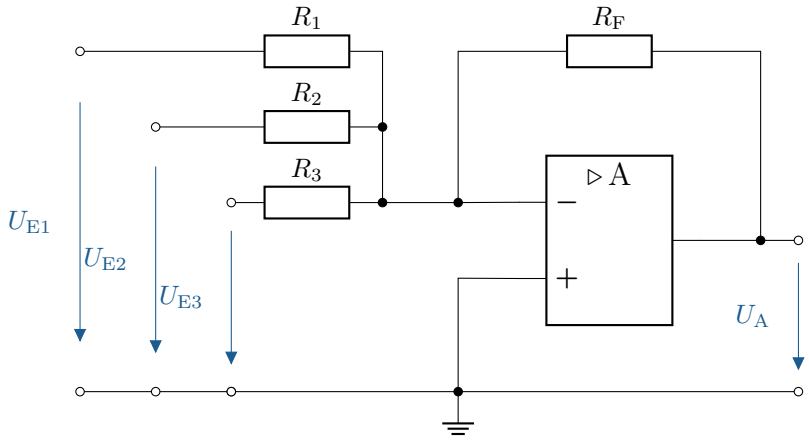
A.14 Berechnung der Ausgangsspannung mit mehreren Eingangsspannungen

Gegeben ist die abgebildete Schaltung mit einem idealen Operationsverstärker. Die Betriebsspannung beträgt $\pm 15\,\mathrm{V}$.

a) Die Widerstände sind alle gleich, es gilt $R_1 = R_2 = R_3 = R_\mathrm{F} = 1\,\mathrm{k\Omega}$. Die Spannung $U_{\mathrm{E1}} = 1\,\mathrm{V}$, $U_{\mathrm{E2}} = 2\,\mathrm{V}$, $U_{\mathrm{E3}} = 3\,\mathrm{V}$. Wie hoch ist die Spannung am Ausgang U_A?

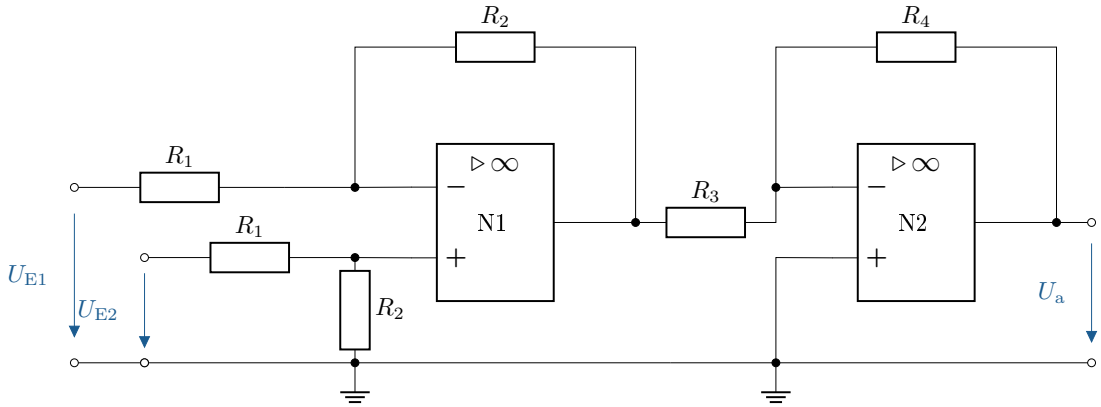
b) Die Eingangsspannungen bleiben gleich groß, nur die Widerstände betragen nun $R_\mathrm{F} = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 5\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 10\,\mathrm{k\Omega}$. Wie hoch ist die Spannung am Ausgang U_A?

c) Die Eingangsspannungen bleiben gleich groß, nur die Widerstände betragen nun $R_\mathrm{F} = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 5\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 2\,\mathrm{k\Omega}$. Wie hoch ist die Spannung am Ausgang U_A?



A.15 Ausgangsspannung einer zweistufigen OPV-Schaltung bestimmen

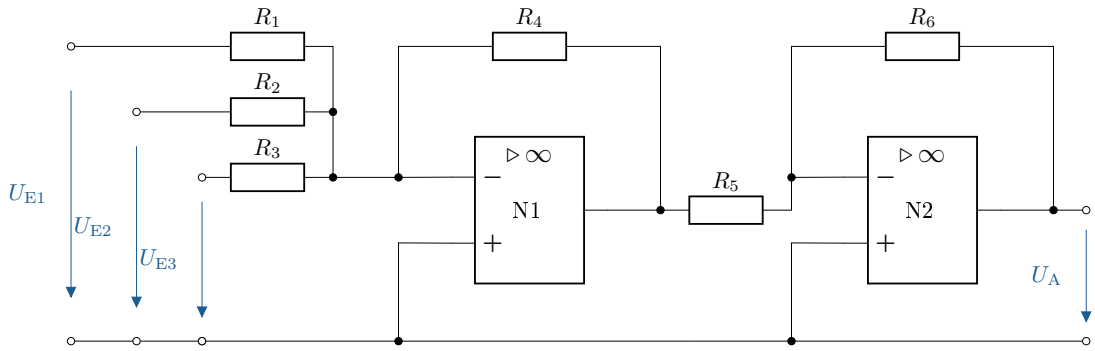
Gegeben ist die folgende Schaltung. Berechnen Sie die Ausgangsspannung U_a.
Die Widerstandswerte lauten:
$R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega},\ R_2 = 30\,\mathrm{k\Omega},\ R_3 = 30\,\mathrm{k\Omega},\ R_4 = 10\,\mathrm{k\Omega}$



A.16 Berechnung einer OPV-Schaltung mit drei Eingängen

Gegeben ist die unten abgebildete Schaltung. Bestimmen Sie die Ausgangsspannung U_A.
Die Widerstandswerte lauten:

$R_1 = 10\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\,\text{k}\Omega$, $R_3 = 30\,\text{k}\Omega$, $R_4 = 10\,\text{k}\Omega$, $R_5 = 20\,\text{k}\Omega$, $R_6 = 40\,\text{k}\Omega$



A.17 Untersuchung der Verstärkung eines OPVs mit variablen Widerständen

Untersuchen Sie die Verstärkung eines nicht-invertierenden Operationsverstärkers mit variablen Widerständen und berechnen Sie die Ausgangsspannung U_A.

Gegeben:

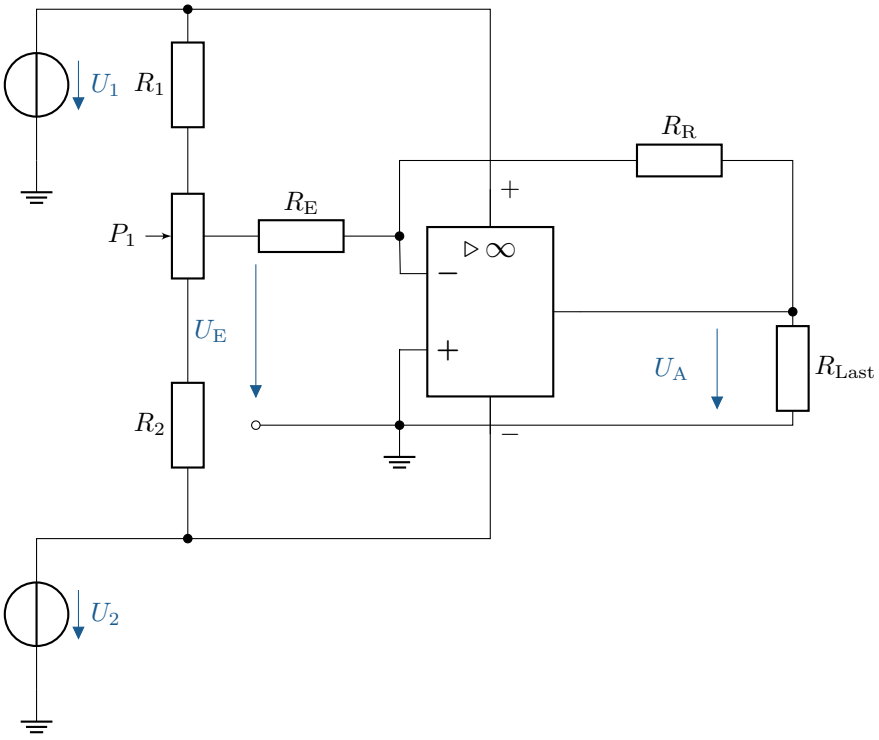
- Versorgungsspannung: $\pm 15\,\text{V}$
- Eingangsspannung: $U_\text{E} = 1\,\text{V}$
- Rückkopplungswiderstand: $R_\text{R} = 100\,\Omega$
- Eingangswiderstand: $R_\text{E} = 680\,\Omega$
- Weitere mögliche Widerstandswerte: $R_\text{R} = 220\,\Omega$, $R_\text{E} = 680\,\Omega$
- Lastwiderstand: $R_\text{Last} = 10\,\text{k}\Omega$

a) Berechnen Sie die Verstärkung V und die Ausgangsspannung U_A für die gegebenen Widerstandswerte.

b) Wie ändert sich die Verstärkung, wenn R_R von $100\,\Omega$ auf $220\,\Omega$ erhöht wird?

c) Welche Auswirkungen hat eine Änderung von R_E auf die Verstärkung und die Ausgangsspannung?

d) Welche Begrenzungen für U_A ergeben sich durch die Versorgungsspannung?



A.18 Analyse eines nicht-invertierenden Verstärkers mit Last

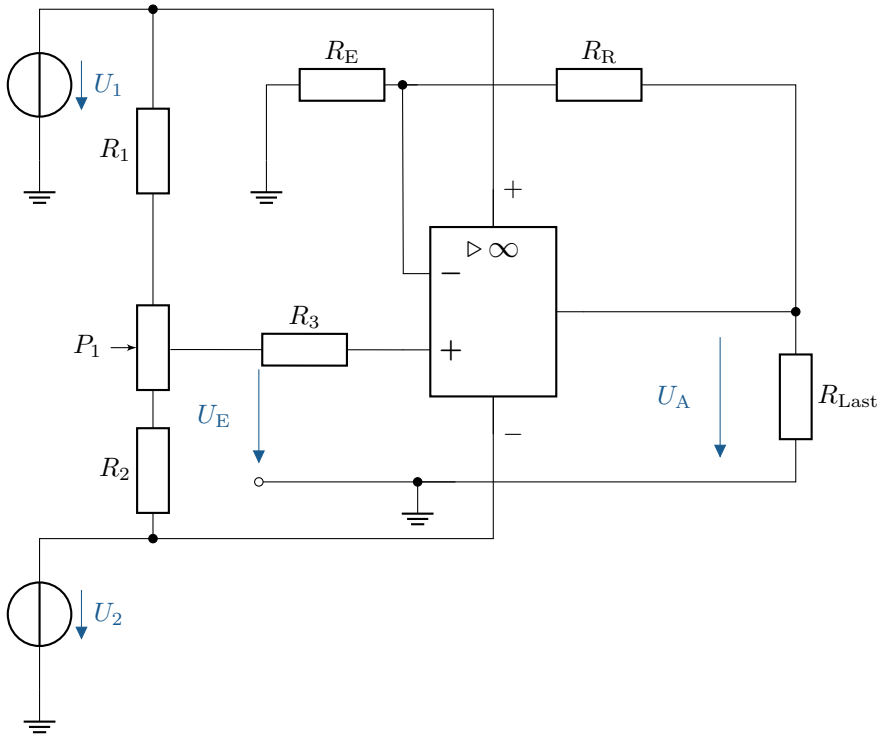
Analysieren Sie die Verstärkung eines nicht-invertierenden Operationsverstärkers und berechnen Sie die Ausgangsspannung U_A. Gegeben:

- Versorgungsspannung: $\pm 15\,\mathrm{V}$
- Eingangsspannung: $U_E = 1\,\mathrm{V}$
- Rückkopplungswiderstand: $R_R = 20\,\mathrm{k\Omega}$
- Eingangswiderstand: $R_E = 10\,\mathrm{k\Omega}$
- Lastwiderstand: $R_{Last} = 10\,\mathrm{k\Omega}$

a) Berechnen Sie die Ausgangsspannung U_A mit den gegebenen Werten.

b) Wie verändert sich U_A, wenn R_R auf $30\,\mathrm{k\Omega}$ erhöht wird?

c) Welchen Einfluss hat der Lastwiderstand R_{Last} auf das Ausgangssignal?



A.19 Spannungsteiler mit Operationsverstärker als Spannungsfolger

Zeichnen Sie einen neuen Schaltplan bestehend aus einem belasteten Spannungsteiler, der durch einen Operationsverstärker als Impedanzwandler ergänzt wird. Die Bauteilwerte sind wie folgt gegeben:

- Widerstände: $R_1 = R_2 = 10\,\mathrm{k\Omega}$
- Lastwiderstand: $R_\mathrm{L} = 2{,}2\,\mathrm{k\Omega}$
- Versorgungsspannung: $\mathrm{U_{CC}} = +15\,\mathrm{V}$

Der Operationsverstärker wird als Impedanzwandler (Spannungsfolger) geschaltet. Sein Ausgang speist den Lastwiderstand R_L.

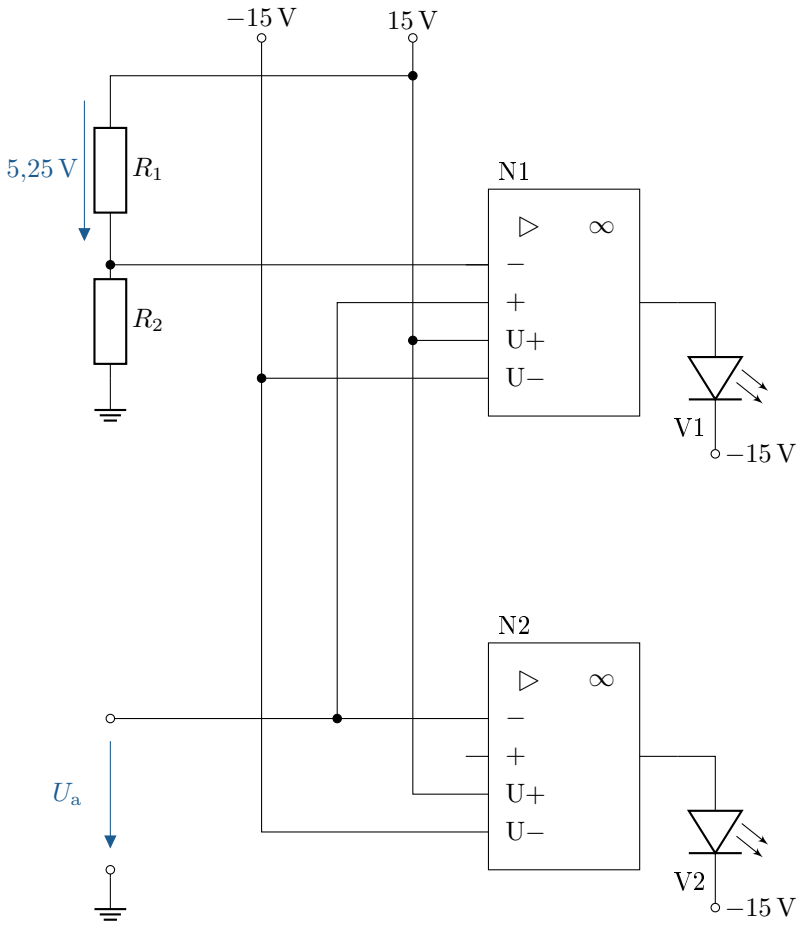
a) Berechnen Sie die Ausgangsspannung U_C mit und ohne Lastwiderstand $\mathrm{R_L}$.

b) Vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen aus Aufgabe 13.

c) Erklären Sie, warum sich die Spannung U_C durch den Lastwiderstand in dieser Schaltung nicht ändert.

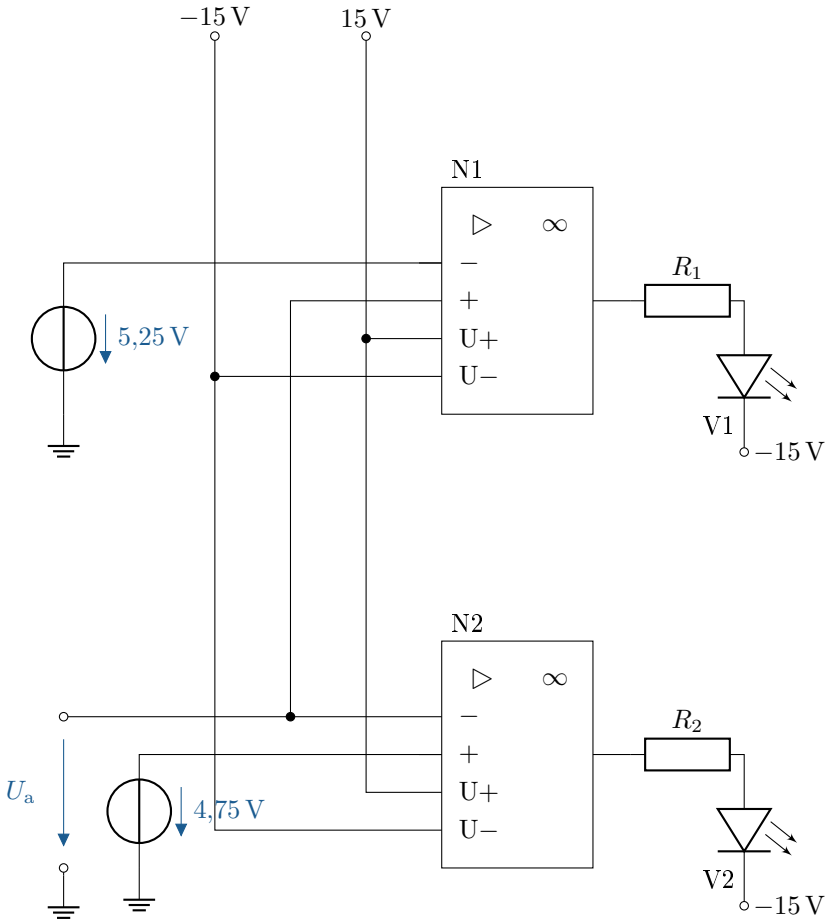
B Lösungen zu den Übungsaufgaben

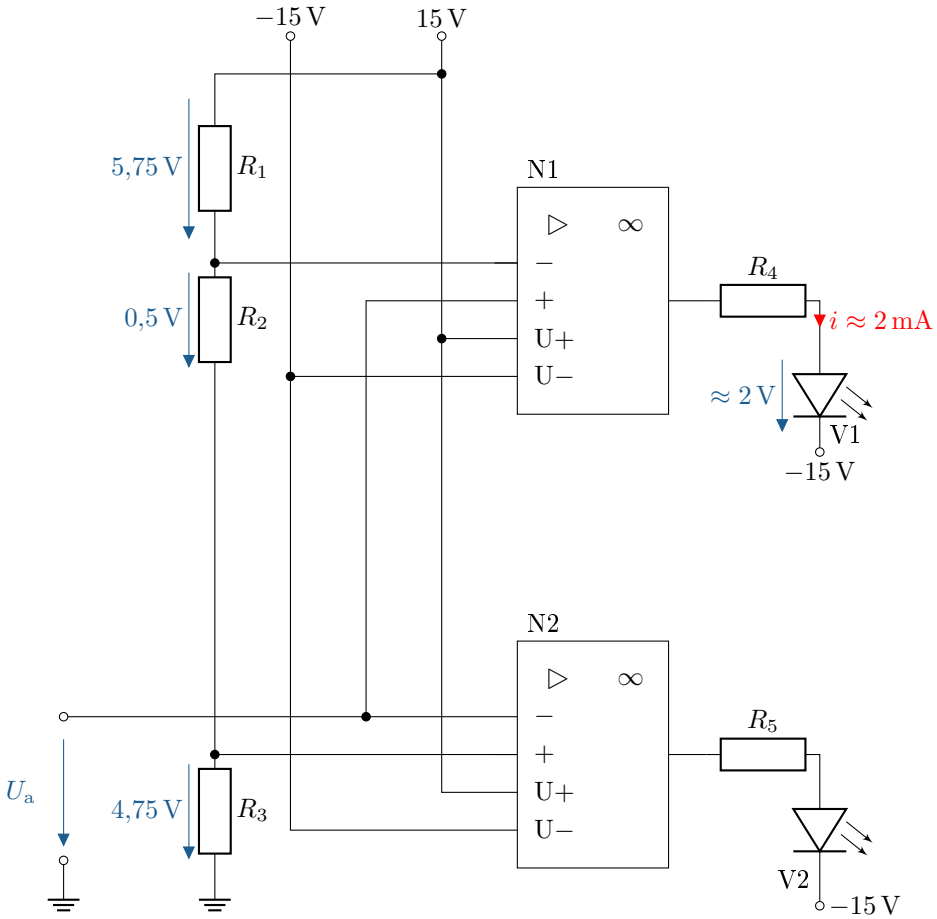
B.1 Überwachung einer Spannung mit LEDs



$$\begin{aligned}
\frac{U_1}{U_0} &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\
\frac{U_1 \cdot (R_1 + R_2)}{U_0} &= R_1 \\
U_1 \cdot (R_1 + R_2) &= R_1 \cdot U_0 \\
U_1 \cdot R_1 + U_1 \cdot R_2 &= R_1 \cdot U_0 \\
U_1 \cdot R_1 &= R_1 \cdot U_0 - U_1 \cdot R_2 \\
U_1 \cdot R_2 &= R_1 \cdot (U_0 - U_1) \\
\frac{U_1 \cdot R_2}{U_0 - U_1} &= R_1
\end{aligned}$$

$$R_1 = 268.96\,\Omega$$


−15 V
15 V
N1
▷
∞
−
+
U+
U−
R_1
5,25 V
V1
−15 V
N2
▷
∞
−
+
U+
U−
R_2
U_a
4,75 V
V2
−15 V



$$R_1 = 3.75\,\mathrm{k\Omega}$$
$$R_2 = 500\,\Omega$$
$$R_3 = 4.75\,\mathrm{k\Omega}$$
$$R_4 = \frac{28\,\mathrm{V}}{20\,\mathrm{mA}} \approx 1{,}4\,\mathrm{k\Omega}$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.2 Widerstandsberechnung für nicht-invertierenden Verstärker

Gemäß Formel nichtinvertierender Verstärker:

$$V = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

Formel nach R_1 umstellen:

$$R_1 = R_2 \cdot (V - 1)$$

- $V = 10$

$$R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega} \cdot (10 - 1) = 9\,\mathrm{k\Omega}$$

- $V = 50$

$$R_1 = 1\,\text{k}\Omega \cdot (50 - 1) = 49\,\text{k}\Omega$$

- $V = 100$

$$R_1 = 1\,\text{k}\Omega \cdot (100 - 1) = 99\,\text{k}\Omega$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.3 Widerstandsberechnung für invertierenden Verstärker

Gemäß Formel invertierender Verstärker:

$$V = -\frac{R_2}{R_1}$$

Formel umstellen nach R_1:

$$R_1 = -\frac{R_2}{V}$$

- $V = -10$

$$R_1 = -\frac{1\,\text{k}\Omega}{-10} = 100\,\Omega$$

- $V = -50$

$$R_1 = -\frac{1\,\text{k}\Omega}{-50} = 20\,\Omega$$

- $V = -100$

$$R_1 = -\frac{1\,\text{k}\Omega}{-100} = 10\,\Omega$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.4 Berechnung der Ausgangsspannung bei zwei Eingangsspannungen

Verstärkung berechnen:

$$V = -\frac{100\,\text{k}\Omega}{10\,\text{k}\Omega} = -10$$

Formel für Verstärkung:

$$V = \frac{U_\text{A}}{U_\text{E}}$$

Formel umstellen nach U_A:

$$U_\text{A} = V \cdot U_\text{E}$$

a)

$$U_\text{A} = -10 \cdot 2\,\text{mV} = -20\,\text{mV}$$

b)

$$U_\text{A} = -10 \cdot 20\,\text{mV} = -200\,\text{mV}$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.5 Berechnung der Ausgangsspannung bei mehreren Eingangsspannungen

Formel:

$$U_\mathrm{A} = -(U_\mathrm{E1} \cdot \frac{R_\mathrm{F}}{R_1} + U_\mathrm{E2} \cdot \frac{R_\mathrm{F}}{R_2} + U_\mathrm{E3} \cdot \frac{R_\mathrm{F}}{R_3})$$

a)

$$U_\mathrm{A} = -(1\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}} + 2\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}} + 3\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}}) = -6\,\mathrm{V}$$

b)

$$U_\mathrm{A} = -(1\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega}} + 2\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{5\,\mathrm{k\Omega}} + 3\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}}) = -12\,\mathrm{V}$$

c)

$$U_\mathrm{A} = -(1\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}} + 2\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{5\,\mathrm{k\Omega}} + 3\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega}}) = -20\,\mathrm{V}$$

Anmerkung: $-20\,\mathrm{V}$ nicht möglich, da die Betriebsspannung $\pm 15\,\mathrm{V}$ beträgt. Dies führt dazu, dass der niedrigste Wert $-15\,\mathrm{V}$ sein kann.

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.6 Berechnung der Ausgangsspannung einer zweistufigen OPV-Schaltung

Formel:

$$U_\mathrm{N1} = -\left(\frac{R_\mathrm{N}}{R_1}U_\mathrm{E1} + \frac{R_\mathrm{N}}{R_2}U_\mathrm{E2} + \frac{R_\mathrm{N}}{R_3}U_\mathrm{E3}\right)$$

$$U_\mathrm{A} = -\frac{R_6}{R_5}U_\mathrm{N1}$$

Berechnung:

Berechnung von U_N1

$$\begin{aligned} U_\mathrm{N1} &= -\left(\frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}}U_\mathrm{E1} + \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{20\,\mathrm{k\Omega}}U_\mathrm{E2} + \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{30\,\mathrm{k\Omega}}U_\mathrm{E3}\right) \\ &= -\left(U_\mathrm{E1} + 0{,}5U_\mathrm{E2} + \frac{1}{3}U_\mathrm{E3}\right) \end{aligned}$$

Berechnung von U_A

$$\begin{aligned} U_\mathrm{A} &= -2 \cdot U_\mathrm{N1} \\ &= -2\left(-\left(U_\mathrm{E1} + 0{,}5U_\mathrm{E2} + \frac{1}{3}U_\mathrm{E3}\right)\right) \\ &= 2\left(U_\mathrm{E1} + 0{,}5U_\mathrm{E2} + \frac{1}{3}U_\mathrm{E3}\right) \end{aligned}$$

Die Ausgangsspannung U_A beträgt:

$$U_\mathrm{A} = 2U_\mathrm{E1} + U_\mathrm{E2} + \frac{2}{3}U_\mathrm{E3}$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.7 Dimensionierung einer Komparatorschaltung mit Diode

Formel:

$$P_{\mathrm{R}} = \frac{U_{\mathrm{R}}^2}{R}$$

Spannung am Widerstand R:

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{R}} &= U_{\mathrm{a}} - U_{\mathrm{D}} \\ &= 14\,\mathrm{V} - 0{,}7\,\mathrm{V} \\ &= 13{,}3\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Berechnung des Widerstands R:

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{R}} &= \frac{U_{\mathrm{R}}^2}{R} \leq \frac{1}{4}\,\mathrm{W} \\ R &= \frac{U_R^2}{P_{\max}} = \frac{(13{,}3\,\mathrm{V})^2}{0{,}25\,\mathrm{W}} = \frac{176{,}89\,\mathrm{V}^2}{0{,}25\,\mathrm{W}} = 707{,}56\,\Omega \end{aligned}$$

Normierter Widerstandswert:

$$R = 710\,\Omega$$

Überprüfung der Verlustleistung:

$$P_{\mathrm{R}} = \frac{(13{,}3\,\mathrm{V})^2}{710\,\Omega} \approx 0{,}25\,\mathrm{W}$$

Der Widerstand R sollte den Wert:

$$R = 710\,\Omega$$

haben, um die maximale Verlustleistung nicht zu überschreiten und das gewünschte Übertragungsverhalten zu gewährleisten.

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.8 Beschreibung von idealen Eigenschaften

a) Eingangswiderstand: unendlich, um die Spannungsquelle wenig zu belasten

b) Ausgangswiderstand: $0\,\Omega$, da OP so viel Leistung wie möglich abgeben soll

c) Differenzverstärkung: unendlich, um kleine Signale zu verstärken

d) Eingangsoffsetspannung: $0\,\mathrm{V}$, damit OP bei keinem Eingangssignal auch keine Ausgangsspannung ausgibt

Siehe: Tabelle 10.1

B.9 Ausgangsspannung eines Komparators ermitteln

Ausnutzung der Maschenregel besagt:

$$-U_1 + U_2 + U_D = 0$$
$$U_\mathrm{D} = U_1 - U_2$$

- $U_2 = 0\,V$

$$U_\mathrm{D} = 8{,}25\,\mathrm{V} - 0\,\mathrm{V} = 8{,}25\,\mathrm{V}$$
$$U_\mathrm{A} = 13{,}5\,\mathrm{V}$$

- $U_2 = 4\,V$

$$U_\mathrm{D} = 8{,}25\,\mathrm{V} - 4\,\mathrm{V} = 4{,}25\,\mathrm{V}$$
$$U_\mathrm{A} = 13{,}5\,\mathrm{V}$$

- $U_2 = 8\,V$

$$U_\mathrm{D} = 8{,}25\,\mathrm{V} - 8\,\mathrm{V} = 0{,}25\,\mathrm{V}$$
$$U_\mathrm{A} = 13{,}5\,\mathrm{V}$$

- $U_2 = 8{,}2\,V$

$$U_\mathrm{D} = 8{,}25\,\mathrm{V} - 8{,}2\,\mathrm{V} = 0{,}05\,\mathrm{V}$$
$$U_\mathrm{A} = 8\,\mathrm{V}$$

- $U_2 = 8{,}249\,V$

$$U_\mathrm{D} = 8{,}25\,\mathrm{V} - 8{,}249\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{mV}$$
$$U_\mathrm{A} = 4\,\mathrm{V}$$

- $U_2 = 8{,}251\,V$

$$U_\mathrm{D} = 8{,}25\,\mathrm{V} - 8{,}251\,\mathrm{V} = -1\,\mathrm{mV}$$
$$U_\mathrm{A} = -4\,\mathrm{V}$$

- $U_2 = 8{,}3\,V$

$$U_\mathrm{D} = 8{,}25\,\mathrm{V} - 8{,}3\,\mathrm{V} = -0{,}05\,\mathrm{V}$$
$$U_\mathrm{A} = -8\,\mathrm{V}$$

- $U_2 = 10\,V$

$$U_\mathrm{D} = 8{,}25\,\mathrm{V} - 10\,\mathrm{V} = -1{,}75\,\mathrm{V}$$
$$U_\mathrm{A} = -13{,}5\,\mathrm{V}$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.10 Komparatorschaltung zur Akku-Überwachung berechnen

a) Berechnung des Widerstands R_2

Der Komparator soll umschalten, wenn die Batteriespannung U_{bat} unter 6 V fällt. Das Verhältnis der Widerstände R_1 und R_2 im Spannungsteiler muss so gewählt werden, dass am nicht-invertierenden Eingang die Referenzspannung $U_{\text{ref}} = 6\,\text{V}$ anliegt:

$$U_{\text{ref}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{\text{B}}$$

mit $U_{\text{B}} = 15\,\text{V}$ und $R_1 = 10\,\text{k}\Omega$. Einsetzen:

$$6\,\text{V} = \frac{R_2}{10\,\text{k}\Omega + R_2} \cdot 15\,\text{V}$$

Umstellen nach R_2:

$$R_2 = \frac{6\,\text{V} \cdot 10\,\text{k}\Omega}{15\,\text{V} - 6\,\text{V}} = 6{,}66\,\text{k}\Omega$$

b) Erweiterung der Schaltung um eine LED-Anzeige:

Die LED soll anzeigen, wenn die Batteriespannung unter 6 V fällt. Dazu wird die LED mit Vorwiderstand R_V an den Ausgang des Komparators geschaltet.

- Schaltverhalten der Schaltung:
  - Leere Batterie ($U_{\text{bat}} = 5\,\text{V}$):

    $$U_+ = 6\,\text{V} - U_{\text{bat}}$$
    $$U_+ = 6\,\text{V} - 5\,\text{V} = 1\,\text{V}$$

    Da $U_+ < U_{\text{ref}}$, schaltet der Komparator um:

    $$U_{\text{A}} = -15\,\text{V}$$

    Die LED leuchtet.
  - Volle Batterie ($U_{\text{bat}} = 7\,\text{V}$):

    $$U_+ = 6\,\text{V} - U_{\text{bat}}$$
    $$U_+ = 6\,\text{V} - 7\,\text{V} = -1\,\text{V}$$

    Da $U_+ > U_{\text{ref}}$, schaltet der Komparator:

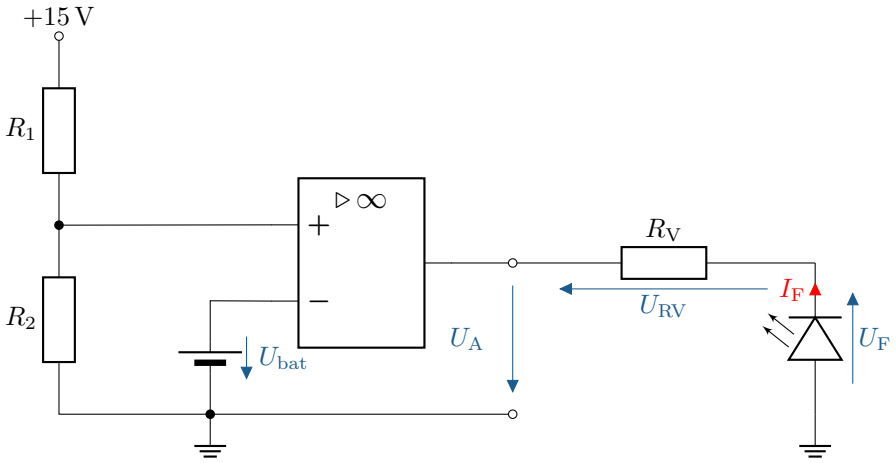
    $$U_{\text{A}} = 15\,\text{V}$$

    Die LED bleibt aus.

c) Dimensionierung des Vorwiderstands R_{V}

Gegeben:

- Flussspannung der LED: $U_{\text{F}} = 2{,}2\,\text{V}$
- Strom durch die LED: $I_{\text{F}} = 20\,\text{mA}$
- Ausgangsspannung des Komparators: $U_{\text{A}} = -15\,\text{V}$



Der Vorwiderstand R_V berechnet sich aus:

$$R_V = \frac{-U_A - U_F}{I_F}$$

Einsetzen der Werte:

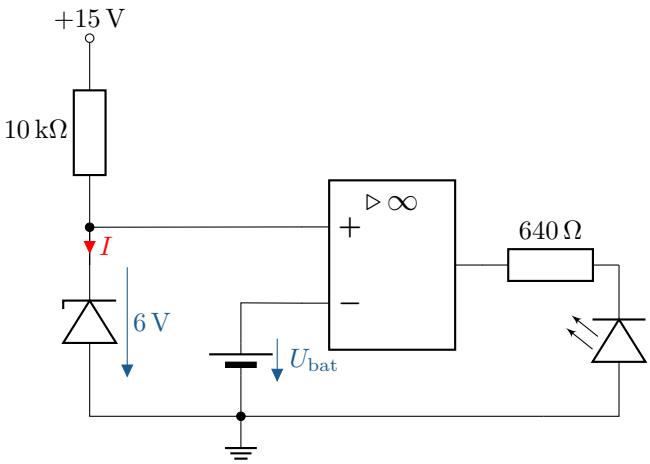
$$R_V = \frac{-(-15\,V) - 2{,}2\,V}{20\,mA} = \frac{12{,}8\,V}{0{,}02\,A} = 640\,\Omega$$

Für einen sicheren Betrieb der LED wird Widerstandswert von mindestens $R_V = 640\,\Omega$ benötigt.

d) Alternative Spannungsreferenz:

Da die Spannung des Spannungsteilers abhängig von der Betriebsspannung ist, könnte eine Zener-Diode als Referenzelement verwendet werden. Eine Zener-Diode stellt eine konstante Referenzspannung unabhängig von Schwankungen der Versorgungsspannung bereit.

- Beispiel-Schaltung:
  - Die Zener-Diode wird mit einem Vorwiderstand an die Betriebsspannung +15 V angeschlossen.
  - Die Referenzspannung wird direkt von der Kathode der Zener-Diode abgegriffen.



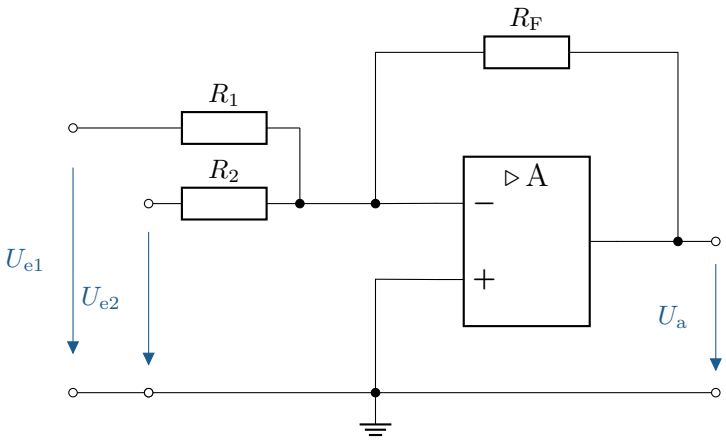
Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.11 Schaltungsentwurf eines Operationsverstärkers mit zwei Eingangsspannungen

Der gegebene funktionale Zusammenhang zwischen der Ausgangsspannung U_a und den Eingangsspannungen U_1 und U_2 lautet: $U_\mathrm{a} = -5U_1 - 0{,}8U_2$

1. Schaltungsbeschreibung

Zur Realisierung dieses Zusammenhangs nutzen wir eine Summierschaltung mit einem invertierenden Operationsverstärker. Die Ausgangsspannung des invertierenden Summierers lautet: $U_\mathrm{a} = -\left(\frac{R_\mathrm{F}}{R_1}U_1 + \frac{R_\mathrm{F}}{R_2}U_2\right)$ Vergleich mit der Vorgabe: $-\left(\frac{R_\mathrm{F}}{R_1}\right) = -5 \quad \Rightarrow \quad \frac{R_\mathrm{F}}{R_1} = 5 - \left(\frac{R_\mathrm{F}}{R_2}\right) = -0{,}8 \quad \Rightarrow \frac{R_\mathrm{F}}{R_2} = 0{,}8$



2. Wahl der Widerstandswerte

Wir setzen $R_\mathrm{F} = 10\,\mathrm{k\Omega}$ (typischer Wert im Bereich 1–100 kΩ):

- Berechnung von R_1: $\frac{R_\mathrm{F}}{R_1} = 5 \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{R_\mathrm{F}}{5} = \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{5} = 2\,\mathrm{k\Omega}$
- Berechnung von R_2: $\frac{R_\mathrm{F}}{R_2} = 0{,}8 \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{R_\mathrm{F}}{0{,}8} = \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{0{,}8} = 12{,}5\,\mathrm{k\Omega}$

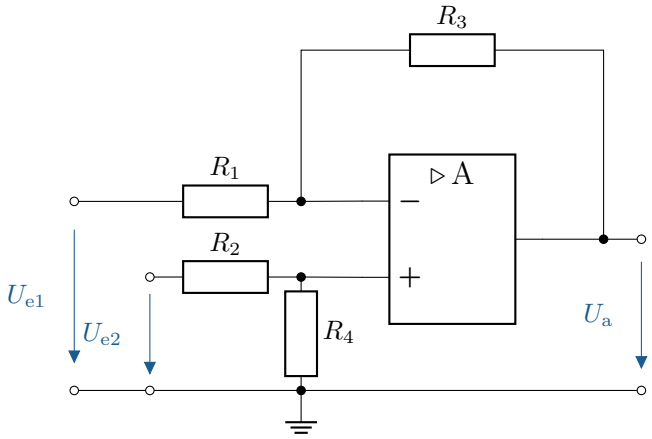
3. Realisierung der Schaltung

Die verwendeten Widerstände:

$$R_\mathrm{F} = 10\,\mathrm{k\Omega}$$
$$R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$$
$$R_2 = 12{,}5\,\mathrm{k\Omega}$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.12 Entwurf einer Verstärkerschaltung mit unterschiedlichen Eingangsverstärkungen



Der funktionale Zusammenhang zwischen der Ausgangsspannung U_a und den Eingangsspannungen U_{e1} und U_{e2} lautet:

$$U_\mathrm{a} = 2U_\mathrm{e1} - 0{,}5U_\mathrm{e2}$$

1. Allgemeine Formel für die Ausgangsspannung eines Subtrahierers:

$$U_\mathrm{a} = U_\mathrm{e2} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4} \cdot \frac{R_4}{R_1} - U_\mathrm{e1} \cdot \frac{R_3}{R_1}$$

Vergleich mit der Vorgabe $U_\mathrm{a} = 2U_\mathrm{e1} - 0{,}5U_\mathrm{e2}$ ergibt folgende Bedingungen:

- Verstärkungsfaktor für U_e1: $\frac{R_3}{R_1} = 0{,}5$

- Verstärkungsfaktor für U_e2: $\frac{R_1+R_3}{R_2+R_4} \cdot \frac{R_4}{R_1} = 2$

2. Vorgehen:
- Setze $R_3 = 1\,\mathrm{k\Omega}$ (typischer Wert).
- Berechne die restlichen Widerstände.

3. Berechnung der Widerstände:

Berechnung von R_1 (aus $\frac{R_3}{R_1} = 0{,}5$):

$$\frac{R_3}{R_1} = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{R_3}{0{,}5} = \frac{1\,\mathrm{k\Omega}}{0{,}5} = 2\,\mathrm{k\Omega}$$

Berechnung von R_2 und R_4 (aus $\frac{R_1+R_3}{R_2+R_4} \cdot \frac{R_4}{R_1} = 2$): Setze $R_4 = 1\,\mathrm{k\Omega}$:

$$\frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4} \cdot \frac{R_4}{R_1} = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{3\,\mathrm{k\Omega}}{R_2 + 1\,\mathrm{k\Omega}} \cdot \frac{1\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega}} = 2$$

Multipliziere beide Seiten:

$$\frac{3}{2} = 2 \cdot (R_2 + 1\,\mathrm{k\Omega})$$

Umstellen nach R_2:

$$R_2^2 + R_2 - \frac{3}{2} = 0$$

4. Lösung mit der PQ-Formel:

Die quadratische Gleichung hat die Form:

$$R_2^2 + p \cdot R_2 + q = 0 \quad \text{mit} \quad p = 1,\ q = -\frac{3}{2}$$

PQ-Formel:

$$R_2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Einsetzen der Werte:

$$R_2 = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{2}}$$

$$R_2 = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{7}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{2}$$

Da R_2 positiv sein muss:

$$R_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2} \approx 1{,}82\,\text{k}\Omega$$

5. Ergebnis der Widerstände:

$$R_1 = 2\,\text{k}\Omega$$
$$R_2 = 1{,}82\,\text{k}\Omega$$
$$R_3 = 1\,\text{k}\Omega$$
$$R_4 = 1\,\text{k}\Omega$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.13 Verstärkungseinstellung mit schaltbaren Widerständen

a) Nicht-invertierender Verstärker

1. Fall (S1 geschlossen, S2 offen): In diesem Zustand bilden die Widerstände R_{n1} und R_{n2} eine Serienschaltung. Die Gesamtverstärkung ergibt sich somit zu:

$$V = 1 + \frac{R_{\text{f}}}{R_{\text{n1}} + R_{\text{n2}}}$$

2. Fall (S1 offen, S2 geschlossen): In diesem Fall sind der Widerstand R_{f} und R_{n1} seriell geschaltet. Diese Serienschaltung bildet zusammen mit dem Widerstand R_{n2} die Rückkopplungsschleife. Die Verstärkung ist daher:

$$V = 1 + \frac{R_{\text{f}} + R_{\text{n1}}}{R_{\text{n2}}}$$

3. Fall (S1 und S2 geschlossen): Mit beiden Schaltern geschlossen wird der Widerstand R_{n1} überbrückt und somit nicht berücksichtigt. Die Verstärkung ergibt sich durch:

$$V = 1 + \frac{R_{\text{f}}}{R_{\text{n2}}}$$

4. Fall (S1 und S2 offen): Wenn beide Schalter offen sind, fehlt der Rückkopplungspfad vollständig, womit die Verstärkung theoretisch unendlich groß ist:

$$V = \infty$$

b) Invertierender Verstärker
1. Zustand (S1 offen): Sind R_{f1} und R_{f2} seriell geschaltet, ergibt sich eine größere Rückkopplung und somit eine höhere Verstärkung. Die Verstärkung errechnet sich wie folgt:

$$V = -\frac{R_{f1} + R_{f2}}{R_n}$$

2. Zustand (S1 geschlossen, S2 offen): In diesem Zustand wird der Widerstand R_{f2} durch den geschlossenen Schalter kurzgeschlossen und nicht berücksichtigt. Die Verstärkung reduziert sich damit auf:

$$V = -\frac{R_{f1}}{R_n}$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.14 Berechnung der Ausgangsspannung mit mehreren Eingangsspannungen

Gegeben ist eine Summierschaltung mit einem idealen Operationsverstärker und einer Betriebsspannung von $\pm 15\,\mathrm{V}$.

Die allgemeine Formel für die Ausgangsspannung lautet:

$$U_A = -\left(U_{E1} \cdot \frac{R_F}{R_1} + U_{E2} \cdot \frac{R_F}{R_2} + U_{E3} \cdot \frac{R_F}{R_3}\right)$$

a) Alle Widerstände sind gleich groß: $R_1 = R_2 = R_3 = R_F = 10\,\mathrm{k\Omega}$

Eingangsspannungen:

$$U_{E1} = 1\,\mathrm{V}, \quad U_{E2} = 2\,\mathrm{V}, \quad U_{E3} = 3\,\mathrm{V}$$

Berechnung:

$$U_A = -\left(1\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}} + 2\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}} + 3\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}}\right)$$

$$U_A = -\left(1\,\mathrm{V} + 2\,\mathrm{V} + 3\,\mathrm{V}\right) = -6\,\mathrm{V}$$

b) Geänderte Widerstände: $R_F = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 5\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 10\,\mathrm{k\Omega}$

Eingangsspannungen:

$$U_{E1} = 1\,\mathrm{V}, \quad U_{E2} = 2\,\mathrm{V}, \quad U_{E3} = 3\,\mathrm{V}$$

Berechnung:

$$U_A = -\left(1\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega}} + 2\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{5\,\mathrm{k\Omega}} + 3\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}}\right)$$

$$U_A = -\left(1\,\mathrm{V} \cdot 5 + 2\,\mathrm{V} \cdot 2 + 3\,\mathrm{V} \cdot 1\right)$$

$$U_A = -(5\,\mathrm{V} + 4\,\mathrm{V} + 3\,\mathrm{V}) = -12\,\mathrm{V}$$

c) Geänderte Widerstände: $R_F = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 5\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 2\,\mathrm{k\Omega}$

Eingangsspannungen:

$$U_{E1} = 1\,\mathrm{V}, \quad U_{E2} = 2\,\mathrm{V}, \quad U_{E3} = 3\,\mathrm{V}$$

Berechnung:

$$U_A = -\left(1\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}} + 2\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{5\,\mathrm{k\Omega}} + 3\,\mathrm{V} \cdot \frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega}}\right)$$

$$U_\mathrm{A} = -\left(1\,\mathrm{V} \cdot 1 + 2\,\mathrm{V} \cdot 2 + 3\,\mathrm{V} \cdot 5\right)$$
$$U_\mathrm{A} = -(1\,\mathrm{V} + 4\,\mathrm{V} + 15\,\mathrm{V}) = -20\,\mathrm{V}$$

Da die Betriebsspannung $\pm 15\,\mathrm{V}$ beträgt, wird der Ausgang auf $-15\,\mathrm{V}$ begrenzt.

Zusammenfassung:

- a) $U_\mathrm{A} = -6\,\mathrm{V}$
- b) $U_\mathrm{A} = -12\,\mathrm{V}$
- c) $U_\mathrm{A} = -15\,\mathrm{V}$ (Begrenzung durch Betriebsspannung)

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.15 Ausgangsspannung einer zweistufigen OPV-Schaltung bestimmen

Die Ausgangsspannung nach dem ersten Operationsverstärker (U_a1) ergibt sich zu:

$$U_\mathrm{a1} = (U_\mathrm{E1} - U_\mathrm{E2}) \cdot \frac{R_2}{R_1}$$
$$U_\mathrm{a1} = \frac{30\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}} \cdot (U_\mathrm{E1} - U_\mathrm{E2})$$

Daraus ergibt sich für die gesamte Ausgangsspannung (U_a):

$$U_\mathrm{a} = -\frac{R_4}{R_3} \cdot U_\mathrm{a1}$$
$$U_\mathrm{a} = -\frac{10\,\mathrm{k\Omega}}{30\,\mathrm{k\Omega}} \cdot \frac{30\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}} \cdot (U_\mathrm{E1} - U_\mathrm{E2})$$
$$U_\mathrm{a} = U_\mathrm{E2} - U_\mathrm{E1}$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.16 Berechnung einer OPV-Schaltung mit drei Eingängen

Ausgangsspannung nach 1. OPV mit folgender Formel berechnen (U_A1):

$$U_\mathrm{A1} = -(U_\mathrm{E1} \cdot \frac{R_4}{R_1} + U_\mathrm{E2} \cdot \frac{R_4}{R_2} + U_\mathrm{E3} \cdot \frac{R_4}{R_3})$$
$$U_\mathrm{A1} = -(U_\mathrm{E1} \cdot \frac{10}{10} + U_\mathrm{E2} \cdot \frac{10}{20} + U_\mathrm{E3} \cdot \frac{10}{30})$$
$$U_\mathrm{A1} = -(U_\mathrm{E1} + \frac{1}{2} \cdot U_\mathrm{E2} + \frac{1}{3} \cdot U_\mathrm{E3})$$

Daraus egibt sich für die gesamte Ausgangsspannung (U_A):

$$U_\mathrm{A} = -\frac{R_6}{R_5} \cdot U_\mathrm{A1}$$
$$U_\mathrm{A} = -\frac{40}{20} \cdot (-(U_\mathrm{E1} + \frac{1}{2} \cdot U_\mathrm{E2} + \frac{1}{3} \cdot U_\mathrm{E3}))$$
$$U_\mathrm{A} = 2 \cdot U_\mathrm{E1} + U_\mathrm{E2} + \frac{2}{3} \cdot U_\mathrm{E3}$$

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.17 Untersuchung der Verstärkung eines OPVs mit variablen Widerständen

a) Berechnung der Ausgangsspannung U_A
Gegeben sind:

$$U_E = 1\,V, \quad R_R = 100\,\Omega, \quad R_E = 680\,\Omega$$

Einsetzen in die Verstärkungsformel:

$$V = 1 + \frac{R_R}{R_E}$$

$$V = 1 + \frac{100\,\Omega}{680\,\Omega} = 1 + 0{,}147 = 1{,}147$$

Die Ausgangsspannung berechnet sich zu:

$$U_A = V \cdot U_E = 1{,}147 \cdot 1\,V = 1{,}147\,V$$

b) Änderung von R_R auf $220\,\Omega$

Wenn $R_R = 220\,\Omega$ gewählt wird:

$$V = 1 + \frac{220\,\Omega}{680\,\Omega} = 1 + 0{,}323 = 1{,}323$$

$$U_A = 1{,}323 \cdot 1\,V = 1{,}323\,V$$

c) Einfluss von R_E auf die Verstärkung

Eine Vergrößerung von R_E führt zu einer kleineren Verstärkung V, während eine Verkleinerung von R_E die Verstärkung erhöht. In der Praxis sollte R_E so gewählt werden, dass das Ausgangssignal nicht zu stark schwankt.

d) Begrenzung von U_A durch die Versorgungsspannung

Die Ausgangsspannung U_A kann niemals über die Versorgungsspannung $\pm 15\,V$ hinausgehen. Falls U_A rechnerisch diesen Bereich überschreiten würde, wird die Ausgangsspannung auf maximal $15\,V$ begrenzt. Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.18 Analyse eines nicht-invertierenden Verstärkers mit Last

a) Berechnung der Ausgangsspannung U_A
Gegeben sind:

$$U_E = 1\,V, \quad R_R = 20\,k\Omega, \quad R_E = 10\,k\Omega$$

Einsetzen in die Verstärkungsformel:

$$V = 1 + \frac{R_R}{R_E}$$

$$V = 1 + \frac{20\,k\Omega}{10\,k\Omega} = 1 + 2 = 3$$

Die Ausgangsspannung ergibt sich zu:

$$U_A = V \cdot U_E = 3 \cdot 1\,V = 3\,V$$

b) Veränderung von R_R

Wenn R_R auf $30\,k\Omega$ erhöht wird:

$$V = 1 + \frac{30\,k\Omega}{10\,k\Omega} = 1 + 3 = 4$$

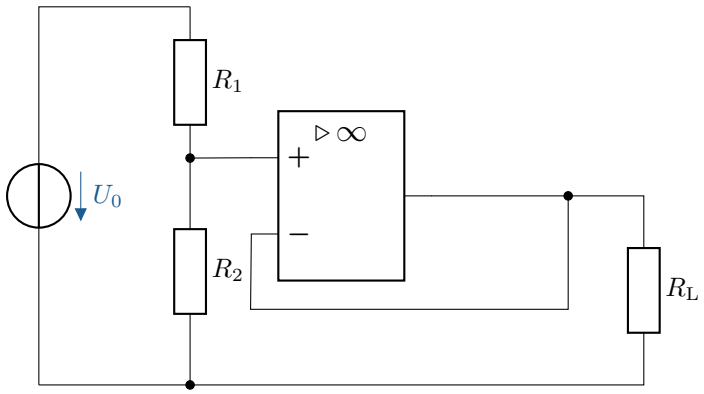
$$U_A = 4 \cdot 1\,V = 4\,V$$

c) Einfluss des Lastwiderstands

Der Lastwiderstand R_{Last} beeinflusst die Schaltung nur minimal, solange der Operationsverstärker im linearen Bereich arbeitet. Falls der Lastwiderstand jedoch zu klein gewählt wird, kann der Operationsverstärker an seine Ausgangsstromgrenze kommen, was zu einer Spannungsbegrenzung führt.

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

B.19 Spannungsteiler mit Operationsverstärker als Spannungsfolger



a) Berechnung der Ausgangsspannung U_C mit und ohne Lastwiderstand
Da der Operationsverstärker als Spannungsfolger (Impedanzwandler) geschaltet ist, entspricht die Ausgangsspannung U_A exakt der Spannung am Spannungsteiler:

$$U_A = U_C = 7{,}5\,V$$

Da der Operationsverstärker einen sehr hohen Eingangswiderstand hat, wird die Spannung nicht durch den Lastwiderstand beeinflusst. Somit bleibt die Ausgangsspannung konstant bei 7,5 V, unabhängig davon, ob R_L angeschlossen ist oder nicht.

b) Vergleich mit Aufgabe 13
Im Gegensatz zur ersten Schaltung sinkt die Spannung hier nicht ab, wenn der Lastwiderstand R_L angeschlossen wird. Der Operationsverstärker entkoppelt den Spannungsteiler von der Last, sodass der Spannungsteiler immer seine ursprüngliche Spannung hält.

c) Erklärung der Spannungsstabilität durch den Operationsverstärker
Der Operationsverstärker als Impedanzwandler besitzt einen hohen Eingangswiderstand und einen geringen Ausgangswiderstand. Dadurch wird der Lastwiderstand nicht mehr direkt mit dem Spannungsteiler verbunden, sondern erhält seinen Strom aus dem OPV. Dies führt dazu, dass die Ausgangsspannung stabil bleibt, unabhängig von der Belastung.

Siehe: Abschnitt 10.8 und Tabelle 10.2

Index

A

Ausgangs-Aussteuerbarkeit 5
Ausgangsimpedanz 5

B

Bandbreite 5

C

CMR 5

E

Eingangs-Offsetspannung 5
Eingangsimpedanz 5
Eingangsoffsetstrom 5
Eingangsruhestrom 5
Einschwingverhalten 15

F

Frequenzgangsanalyse 13

G

Gegenkopplung 8
Gleichtaktunterdrückung 5

L

Leerlaufverstärkung 5

N

Normsymbol 3

O

Operationsverstärker
- Differenzierer 11
- Instrumentenverstärker 12
- Integrierer 11
- Invertierender Verstärker 10
- Komparator 10
- Logarithmierer 12
- Nicht-invertierender Verstärker 10
- Potenzierer 12
- Subtrahierer 11
- Summierer 10

P

Phasenverschiebung 5

S

Sättigung 6
Slew-Rate 5, 8

U

Übertragungsfunktion 14

Z

Zweitor 4