FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

UNIVERSITÄT PADERBORN
Die Universität der Informationsgesellschaft

BERGISCHE
UNIVERSITÄT
WUPPERTAL

Fachhochschule
Südwestfalen
University of Applied Sciences

HRW HOCHSCHULE RUHR WEST
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachhochschule
Dortmund
University of Applied Sciences and Arts

Hochschule Bochum
TECHNIK WIRTSCHAFT GESUNDHEIT

GET it digital

Modul 2:

Energie und Leistung

Prof. Dr.-Ing. Michael Hillgärtner
Sven Micun, B.Eng.
Filimon Stergianos

Ein Kooperationsvorhaben
empfohlen durch die

gefördert durch

Ministerium für
Kultur und Wissenschaft
des Landes Nordrhein-Westfalen

Stand: 1. Oktober 2026

Weiternutzung als OER ausdrücklich erlaubt: Dieses Werk und dessen Inhalte sind lizenziert unter CC BY 4.0. Ausgenommen von der Lizenz sind die verwendeten Logos sowie alle anders gekennzeichneten Elemente. Nennung gemäß TULLU-Regel bitte wie folgt: „GET it digital Modul 2: Energie und Leistung“ von M. Hillgärtner, S. Micun, F. Stergianos Lizenz: CC BY 4.0.

Der Lizenzvertrag ist hier abrufbar:
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de
Das Werk ist online verfügbar unter:
https://getitdigital.uni-wuppertal.de/module/modul-2-energie-und-leistung
Projekthomepage:
https://getitdigital.uni-wuppertal.de

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Die Energie **3**
2.1 Der Energieerhaltungssatz . . . 3
2.2 Die verschiedenen Energieformen . . . 3
2.3 Die elektrische Energie . . . 4
2.4 Elektrische Energiespeicher . . . 5

3 Die Arbeit **7**
3.1 Die elektrische Arbeit . . . 7
3.2 Wegintegral der elektrischen Arbeit . . . 8

4 Die Leistung **9**
4.1 Die elektrische Leistung . . . 10
4.2 Die verschiedenen Leistungsarten . . . 10

5 Der Wirkungsgrad **11**
5.1 Berechnung des Wirkungsgrades . . . 11
5.2 Verlustmechanismen eines Leuchtmittels . . . 12

A Übungsaufgaben **13**
A.1 Arbeit und Energie . . . 13
A.2 Höhenenergie im Stausee . . . 13
A.3 Bewegungsenergie eines Autos . . . 13
A.4 Elektrische Energie eines Geräts . . . 13
A.5 Energie und Leistung . . . 13
A.6 Wirkungsgrad . . . 13

B Lösungen zu den Übungsaufgaben **14**
B.1 Arbeit und Energie . . . 14
B.2 Höhenenergie im Stausee . . . 14
B.3 Bewegungsenergie eines Autos . . . 14
B.4 Elektrische Energie eines Geräts . . . 14
B.5 Energie und Leistung . . . 15
B.6 Wirkungsgrad . . . 15

Index **16**

1 Einleitung

In diesem Kapitel werden die Konzepte von Energie, elektrischer Arbeit, Leistung und Wirkungsgrad behandelt. Es ist wichtig, zu Beginn eine klare Unterscheidung zwischen Energie und Arbeit zu treffen, da diese beiden Größen eng miteinander verbunden sind und sich sogar dieselbe Einheit teilen, jedoch unterschiedliche Dinge beschreiben.

Lernziele: Energie und Leistung

Die Studierenden können

- Energie, elektrische Arbeit, Leistung und Wirkungsgrad benennen.
- verstehen, wie Energie in elektrischen Systemen umgewandelt und genutzt wird.
- die elektrische Arbeit, Leistung und den Wirkungsgrad berechnen.
- die Effizienz von Energieumwandlungssystemen analysieren.

Am Beispiel eines Pumpspeicherkraftwerks 2.1 werden die unterschiedlichen Größen anschaulich voneinander abgegrenzt. Ein Pumpspeicherkraftwerk dient dazu, elektrische Energie in potentielle Energie umzuwandeln und umgekehrt. Sobald der elektrische Energiebedarf der Verbraucher geringer ist als das verfügbare Angebot, pumpt die elektrische Maschine des Pumpspeicherkraftwerks Wasser von einem niedrigeren auf ein höheres Niveau. Bei diesem Prozess wird die elektrische Maschine als (Pumpen)Motor betrieben. Dieser erzeugt über das magnetische Feld, welches durch einen elektrischen Strom in der Motorwicklung erzeugt wird, eine Drehbewegung, mit deren Hilfe das Wasser ins Oberbecken gepumpt wird. Der elektrische Motor wandelt also elektrische Energie (den Stromfluss durch die Motorwicklung) in mechanische Arbeit um (das Wasser wird in das Oberbecken gepumpt). Sobald das Wasser im Oberbecken angekommen ist, hat es ein höheres Potential als vorher im Unterbecken. Somit speichert das Wasser im Oberbecken potentielle Energie und zwar im Falle einer verlustfreien Pumpe, die mit einem verlustfreien Elektromotor angetrieben wird, genauso viel wie im elektrischen System als elektrische Energie zugeführt wurde. Die Energie innerhalb eines geschlossenen Systems muss nämlich gleich bleiben. In der Physik wird diese grundlegende Eigenschaft als Energieerhaltung bezeichnet.

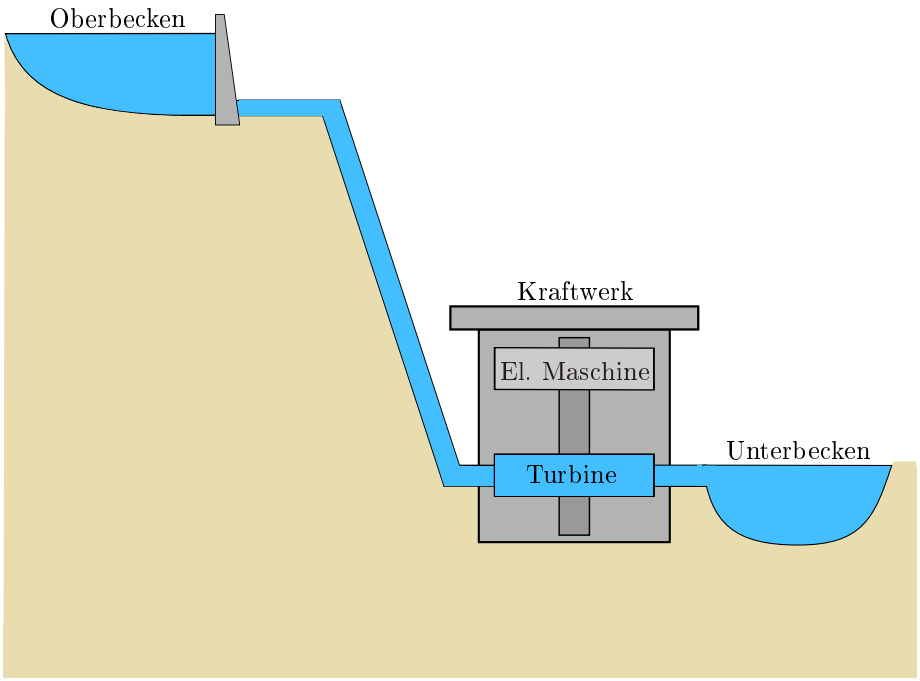

Abbildung 2.1: **Pumpspeicherkraftwerk.** Aufbau mit Ober- und Unterbecken, Turbinen und elektrischer Maschine zur Energiespeicherung und Rückgewinnung.

Sobald die Nachfrage nach elektrischer Energie das Angebot übersteigt, wird das Wasser aus dem Oberbecken über eine Turbine abgelassen. Die Turbine wandelt also die vorher gespeicherte potentielle Energie des Wassers im Oberbecken in mechanische Arbeit um. Diese Arbeit verrichtet in der elektrischen Maschine eine Drehbewegung. Da die Maschine nun als Generator arbeitet, wandelt diese die an ihr verrichtete mechanische Arbeit in elektrische Energie um. Bei diesem Prozess kann über ein Schleusenventil im Oberbecken die Wassermenge, welche innerhalb einer gewissen Zeit durch die Turbine fließt, reduziert werden. Somit wird weniger potentielle Energie in mechanische Arbeit und somit elektrische Energie pro Zeit gewandelt. Die verrichtete Arbeit pro Zeit wird als Leistung bezeichnet. Die Leistung eines Systems gibt also an, wie viel Arbeit pro Zeit verrichtet werden kann. Sie ist eine wichtige Kenngröße elektrischer Systeme. Innerhalb der elektrischen Maschine wird ein Teil der zugeführten Energie im Leitungswiederstand in Wärme umgewandelt, welche in die Umgebung abgegeben wird. Ferner treten auch in den mechanischen Elementen (Pumpe, Turbine) sowie an den Wänden der Rohrleitungen Reibungsverluste auf, welche letztlich ebenfalls als Wärme in die Umgebung abgegeben werden. Folglich ist die Menge an elektrischer Energie, die dem System zugeführt wird immer größer als die Menge an elektrischer Energie, die dem System entnommen werden kann. Das Verhältnis der entnommenen zur zugeführten Energie wird als Wirkungsgrad beschrieben.

Im Folgenden werden die Begriffe der Energie, Leistung, elektrischer Arbeit und Wirkungsgrad detailierter erläutert. Für das Verständnis werden hier die Grundlagen aus dem vorherigen Kapitel zu Ladung, elektrischem Potential und elektrischer Stromstärke vorausgesetzt.

Merke: Energie

Energie kann gespeichert werden, Arbeit wird verrichtet.

2 Die Energie

Wird an einem System Arbeit verrichtet, so wird die aufgewendete Arbeit als Energie im System gespeichert. Wenn beispielsweise ein Objekt erwärmt wird, liegt diese zugeführte Energie als thermische Energie vor. Bei der Abgabe von Energie an die Umwelt kann wiederum Arbeit verrichtet werden oder Energie als Wärme abgegeben werden. Energie ist also die Fähigkeit eines Objekts, Arbeit zu verrichten. Sie ist, wie oben beschrieben, eine Erhaltungsgröße, was bedeutet, dass Energie weder erschaffen noch zerstört werden kann. Dieses Kapitel beschäftigt sich eingehend mit den Konzepten der Energieerhaltung, der Vorstellung verschiedener Energieformen und Methoden ihrer Speicherung.

2.1 Der Energieerhaltungssatz

Der Energieerhaltungssatz besagt, dass die Gesamtmenge der Energie in einem abgeschlossenen System konstant bleibt, auch wenn Energie zwischen verschiedenen Formen umgewandelt werden kann. Das bedeutet, dass Energie weder erschaffen noch zerstört werden kann, sondern nur von einer Form in eine andere übergehen kann.

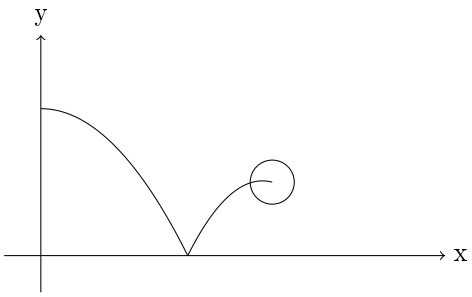

Abbildung 2.2: **Energieerhaltungssatz.** Die potenzielle Energie des Balls wird während des Fallens in kinetische Energie umgewandelt. Beim Aufprall geht ein Teil dieser Energie als Verluste verloren. Der Gesamtenergiegehalt bleibt dennoch konstant.

Ein anschauliches Beispiel: Wenn ein Ball von einer Höhe fallen gelassen wird, wird seine potenzielle Energie (die Energie, die er aufgrund seiner Position hat) in kinetische Energie (die Energie der Bewegung) umgewandelt, während er fällt. Am Boden angelangt, kann ein Teil dieser kinetischen Energie in andere Energieformen wie Wärme oder Schall umgewandelt werden, aber die Summe all dieser Energieformen bleibt gleich der ursprünglichen potenziellen Energie des Balls. Dies stellt dar, wie Energie erhalten bleibt, auch wenn sie ihre Form ändert.

Merke: Energie

- Energie ist eine Erhaltungsgröße
- Energie kann weder erzeugt noch vernichtet werden
- Energie kann lediglich die Energieform ändern

2.2 Die verschiedenen Energieformen

In der Physik beschreibt Energie die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten, und tritt in verschiedenen Formen auf, die jeweils spezifische Eigenschaften und Anwendungen haben.

Kinetische Energie wird durch die Bewegung eines Objekts bestimmt. Die Energie hängt von der Masse und der Geschwindigkeit des Objekts ab und ist wichtig in der Mechanik. **Thermische Energie**, oder Wärme, ist die Energie, die aus der Bewegung der Teilchen eines Objekts resultiert. Sie ist in Wärmekraftmaschinen und anderen thermodynamischen Prozessen von entscheidender Bedeutung. **Potenzielle Energie** bezieht sich auf die Position eines Objekts in einem Kraftfeld, wie z.B. dem Gravitationsfeld der Erde. Ein hochgehobener Ball verwandelt seine potenzielle Energie in kinetische, wenn er fällt. **Elektrische Energie** entsteht durch die Bewegung von Elektronen in einem elektrischen Feld und ist fundamental für den Betrieb technologischer Geräte. **Chemische Energie** ist in den Bindungen von Molekülen gespeichert und wird bei chemischen Reaktionen freigesetzt. Sie wird zur Bereitstellung von nutzbarer Energie und in der Medizin genutzt. **Kernenergie** entsteht durch Veränderungen im Atomkern, zum Beispiel durch Kernspaltung oder -fusion. Sie wird zur Bereitstellung von nutzbarer Energie und in der Medizin genutzt.

Merke: Energieformen

- Kinetische Energie (Bewegungsenergie)
- Thermische Energie (Wärmeenergie)
- Potenzielle Energie (Lageenergie)
- Elektrische Energie
- Chemische Energie
- Kernenergie
- Strahlungsenergie

2.3 Die elektrische Energie

Die Energie ist das Potential Arbeit leisten zu können, also beispielsweise eine bestimmte Zeit lang Ladungsträger zu beschleunigen. Eine Energiequelle kann nur so viel Energie abgeben, wie ihr zuvor zugeführt worden ist. Dies entspricht der Zeit, in der eine Arbeit geleistet wurde, also ein Energieaustausch stattgefunden hat. Da es keine Energie ohne zuvor aufgebrachte Arbeit geben kann und keine Arbeit verrichtet werden kann, wenn keine Energie zur Verfügung steht, ist die Kausalität komplex und wechselseitig abhängig. Aus dem Grund wird im Folgenden von einer vorhandenen Energiequelle ausgegangen, welche dann eine Arbeit verrichten kann.

Die Energie E (siehe Abbildung 2.3) wird im allgemeinen über die aufintegrierte Strecke zwischen zwei Punkten P_1 und P_2 über eine Kraft $\vec{F}$ definiert.

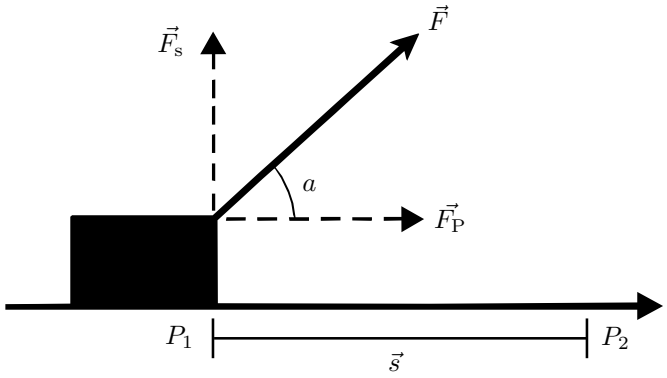

Abbildung 2.3: **Beispiel der Energieberechnung.** Zerlegung der Kraft $\vec{F}$ in eine parallele Komponente $\vec{F}_p$ und eine senkrechte Komponente $\vec{F}_s$. Nur die parallele Komponente wirkt entlang des Weges $\vec{s}$ und überträgt Energie auf das Objekt.

$$E = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \qquad [E] = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} \tag{2.1}$$

Eine elektrische Kraft $\vec{F}_{el}$ liegt vor, wenn eine Ladung Q einem elektrischen Feld $\vec{E}$ ausgesetzt ist. Aus der Multiplikation beider Größen ergibt sich der folgende Ausdruck:

$$\vec{F}_{el} = Q \cdot \vec{E} \tag{2.2}$$

Eingesetzt in die Formel 2.1 ergibt die Integration über die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ die elektrische Energie E_{el}. Da die Ladungsmenge Q nicht von der Strecke abhängig ist, kann diese vor das Integral gezogen werden.

$$E_{el} = Q \cdot \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{2.3}$$

Aus Modul 1 ist bekannt, dass das Integral über ein elektrisches Feld bei konstanten Bedingungen die Spannung U ist. Eingesetzt ergibt dies die folgende vereinfachte Darstellung.

$$E_{el} = Q \cdot U \qquad [E_{el}] = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} \tag{2.4}$$

2.4 Elektrische Energiespeicher

Elektrische Energiespeicher zeichnen sich dadurch aus, dass sie die Energie in elektrischen bzw. magnetischen Feldern speichern. Die grundlegenden Speicher dieser Art sind Kondensatoren und Spulen. Die Vorteile dieser Energiespeicher sind schnelle Energieabgaben und eine hohe Effizienz. In der Praxis haben sie jedoch eine begrenzte Speicherkapazität und verursachen hohe Kosten. Kondensatoren können viele Ladezyklen durchlaufen, haben jedoch eine niedrige Energiedichte. Um die Energie in einer Spule zu speichern, muss durchgehend Strom durch diese fließen, was technisch herausfordernd und nur in Spezialfällen möglich ist.

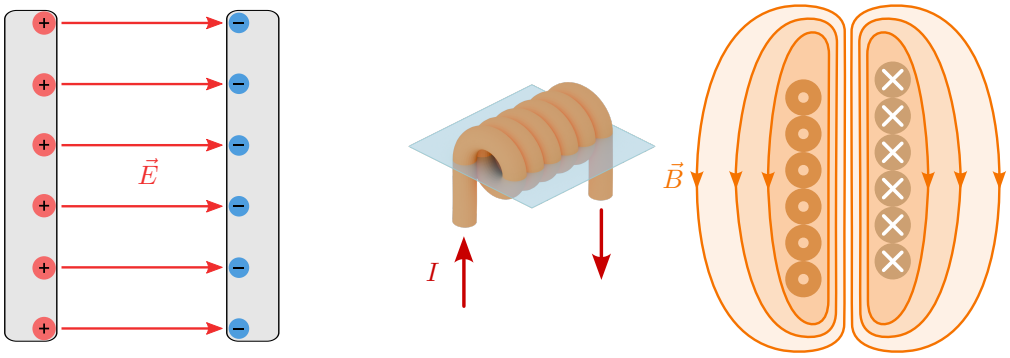

Abbildung 2.4: **Elektrische Energiespeicher.** Ein idealer Plattenkondensator (links) speichert die Energie im elektrischen Feld, eine ideale Spule (rechts) speichert die Energie im magnetischen Feld.

In Abbildung 2.4 sind die beiden grundlegenden elektrischen Energiespeicher dargestellt. Dabei wird links die Energie in einem elektrischen Feld gespeichert. Dies geschieht, indem eine Ladungsmenge mit unterschiedlichen Vorzeichen auf den Kondensatorplatten vorliegen. Auf der rechten Seite ist eine Spule dargestellt, welche nach der Lenzschen Regel aufgrund eines Stromflusses ein Magnetfeld erzeugt. Die Themen Spule und Kondensator werden ausführlicher in Modul 3 behandelt. Da zur Aufrechterhaltung des Magnetfeldes ein Stromfluss benötigt wird, stellt eine Spule keinen Speicher da, in dem elektrische Energie außerhalb eines stromdurchflossenen Stromkreises gespeichert werden kann. Ein Kondensator kann hingegen auch ohne angeschlossenen Stromkreis über lange Zeit elektrische Energie speichern. So kann ein Kondensator auch lange nach dem Ausschalten einer elektrischen Schaltung noch Energie abgeben. Zum Beispiel kann so die Rückleuchte eines Fahrrads auch bei stehendem Dynamo an einer roten Ampel weiter mit elektrischer Energie versorgt werden. Ungewünscht ist dieser Effekt zum Beispiel in Schaltungen mit höheren Spannungen, da die in den Kondensatoren vorhandene elektrische Energie ohne entsprechende Schutzschaltungen auch nach dem Ausschalten der Systeme zu einer Gefährdung von Personen beitragen kann.

Für mittelfristige Speicherungen größerer Energiemengen wird daher oft auf Batterien zurückgegriffen (siehe Abbildung 2.5). Batterien speichern Energie chemisch, können größere Mengen über längere Zeiträume speichern und sind vielseitig einsetzbar, was sie ideal für die Energieversorgung in mobilen Anwendungen macht.

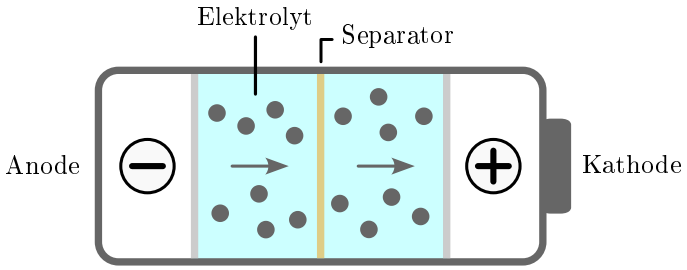

Abbildung 2.5: **Chemischer Energiespeicher.** Vereinfachter Aufbau einer Batterie mit Anode, Kathode, Elektrolyt und Separator.

Batterien sind zwar vielseitig, haben aber auch einige Nachteile: Sie sind oft teuer in Anschaffung und Wartung, besitzen eine begrenzte Lebensdauer, und ihre Herstellung sowie Entsorgung können aufgrund der verwendeten Rohstoffe erhebliche Umweltbelastungen verursachen.

3 Die Arbeit

In diesem Kapitel wird zur Unterscheidung zwischen Arbeit und Energie das Symbol E für Energie (ohne Vektorpfeil) und W für Arbeit (vom englischen Wort "work") verwendet. Obwohl das Formelzeichen W umgangssprachlich häufig sowohl für Arbeit als auch für Energie benutzt wird, ist Arbeit im Wesentlichen eine Veränderung der Energie. Beide Größen, Arbeit und Energie, werden in der Einheit Joule (J) gemessen. Wie im Abschnitt über die Energieerhaltung beschrieben, besagt der Energieerhaltungssatz, dass Energie weder erzeugt noch vernichtet werden kann. Sie ändert lediglich ihre Form. Diesen Zusammenhang beschreibt die folgende Formel:

$$W = \Delta E \qquad [W] = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} \tag{2.5}$$

Diese Änderung der Energiemenge kann durch verschiedene physikalische Aktionen hervorgerufen werden, einschließlich der Verschiebung eines Objekts in einem Kraftfeld. Um diese Konzepte weiter zu veranschaulichen, ist im Folgenden die allgemeine Formel 2.6 für die Arbeit dargestellt:

$$W = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{2.6}$$

Die Gleichung berechnet Arbeit durch Integration der Kraft entlang eines Weges, wobei die Kraftausrichtung zur Bewegungsrichtung des Objekts entscheidend ist. Ein Vorzeichenwechsel in der Formel deutet darauf hin, dass Energie aus einem Energiespeicher für Arbeit verwendet wird. Dieses Vorzeichen ist kontextabhängig und ändert sich je nach Perspektive. Wird Energie entnommen, gilt die Arbeit als negativ, da sie von der gespeicherten Gesamtenergie abgezogen wird, was eine Verringerung der Systemenergie signalisiert.

Merke: Arbeit

Das Vorzeichen der Arbeit ist kontextabhängig: Die Arbeit ist positiv, wenn Energie einem System hinzugefügt wird und negativ, wenn Energie einem System entnommen wird.

3.1 Die elektrische Arbeit

In der Elektrostatik sind die Kräfte $\vec{F}_{\text{el}}$, die zwischen Ladungsträgern Q und elektrischen Feldern $\vec{E}$ wirken, zentral. Diese Kräfte entstehen, wenn elektrische Felder auf Ladungsträger wirken. Das elektrische Feld $\vec{E}$ wird als Kraft pro Ladung definiert und beschreibt, wie groß die Kraft $\vec{F}_{\text{el}}$ im Verhältnis zur eingebrachten Ladung Q ist.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{el}}}{Q} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{\text{el}} = Q \cdot \vec{E} \tag{2.7}$$

Wenn nun die Formel für die elektrische Kraft $\vec{F}_{\text{el}}$ in die Formel 2.6 für die allgemeine Arbeit eingesetzt wird, ergibt das die elektrische Arbeit W_{el}. Da sich die Ladung Q über die Strecke s nicht verändert, kann diese vor das Integral gezogen werden. Da das elektrische Feld $\vec{E}$ ein Vektor ist und somit einen Betrag und eine Richtung hat, ist das Produkt aus $\vec{E}$ und $\mathrm{d}\vec{s}$ in jedem Fall von der gewählten Strecke s abhängig. Daher muss über das Produkt $\vec{E}$ und $\mathrm{d}\vec{s}$ ein Linienintegral gebildet werden.

$$W_{\text{el}} = \int_{P_1}^{P_2} -Q \cdot \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \quad \Rightarrow \quad W_{\text{el}} = -Q \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{2.8}$$

Aus Modul 1 ist bekannt, dass das Integral über $\vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ im konstanten Fall die Spannung U ergibt. Für eine verbraucherunabhängige Darstellung wird in der folgenden Formel das negative Vorzeichen weggelassen, sowie für den konstanten Fall durch Einsetzen der Spannung U vereinfacht dargestellt.

$$W_{\text{el}} = Q \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \quad \Rightarrow \quad W_{\text{el}} = Q \cdot U \tag{2.9}$$

Da für einen elektrischen Energietransport eine elektrische Stromstärke notwendig ist, kann nun der aus Modul 1 bekannte Zusammenhang zwischen elektrischer Stromstärke I und der Ladung Q verwendet und umgestellt werden, um die Ladung Q in der Formel 2.9 auszutauschen. Ein konstanter Stromfluss I ergibt sich aus einer gleichmäßigen Bewegung der Ladungsträger Q über die Zeit t. In diesem Fall kann auf den Differentialoperator (d) verzichtet werden. Durch Umstellung nach Q ergibt sich folgende Formel:

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad Q = I \cdot t \tag{2.10}$$

Eingesetzt ergibt dies nun folgenden Ausdruck, welcher verdeutlicht, dass das Verrichten oder Aufbringen von Arbeit einen Stromfluss voraussetzt.

$$W_{\text{el}} = U \cdot I \cdot t \qquad [W_{\text{el}}] = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} \tag{2.11}$$

Merke: Arbeit

- Energie beschreibt das Potential Arbeit zu verrichten.
- Energie kann gespeichert werden, Arbeit nicht.
- Für das Verrichten einer Arbeit wird immer eine Zeitdauer benötigt.
- Ein Momentanzustand ist immer der Ist-Zustand der Energieverteilung.
- Das Verrichten elektrischer Arbeit bedarf immer eines Stromflusses.

3.2 Wegintegral der elektrischen Arbeit

Die Bewegung einer Ladung im elektrischen Feld ist lediglich abhängig von der Positionsänderung entlang der elektrischen Feldlinien. Abhängig von der Bewegungsrichtung entlang oder entgegen der Feldlinien ergibt das entsprechende Vorzeichen. Bewegungen entlang einer Äquipotentialfläche (Fläche mit identischem elektrischen Potential) haben keinen Einfluss auf die elektrische Arbeit. In Abbildung 2.6 sind die Punkte P_1 und P_2 auf je unterschiedlichen Potentialen dargestellt, welche jeweils durch zwei unterschiedliche Strecken s_1 und s_2 verbunden sind.

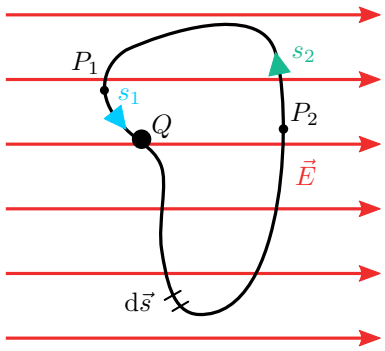

Abbildung 2.6: **Bewegung einer Punktladung.** Zeigt die Bewegung einer Punktladung entlang zweier Strecken. Die Arbeit die verrichtet wird entlang einer geschlossenen Strecke in einem statischen elektrischen Feld ist Null.

Die Beträge zweier äquidistanter Positionsänderungen in entgegengesetzen Richtungen entlang der elektrischen Feldlinien sind identisch. Diese Eigenschaften führen dazu, dass die Positionsänderung einer Ladung Q von einem Punkt P_1 zu einem Punkt P_2 betragsmäßig gleich einer beliebig anderen Strecke von P_2 zu P_1 entspricht.

$$|W_{\mathrm{el}}| = \left| -Q \cdot \int_{s_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \right| = \left| -Q \cdot \int_{s_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \right| \tag{2.12}$$

Dieses Verhalten spiegelt wieder, dass die Arbeit gleich groß ist, jedoch in einem Fall Arbeit aufgewendet und im anderen Fall Arbeit verrichtet wird. Dies führt zu entgegengesetzten Vorzeichen, was dazu führt, dass sich die Summe beider Arbeiten aufhebt. Mathematisch kann dies auch so ausgedrückt werden, dass das Wegintegral entlang einer beliebigen Kontur zurück zum Ausgangspunkt Null ergibt. Da sich die Ladung Q außerhalb des Umlaufintegral befindet, ist das Ergebnis somit unabhängig von der Ladungsmenge.

$$W_{\mathrm{el}} = -Q \cdot \int_{s_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} - Q \cdot \int_{s_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -Q \cdot \oint_{s} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 \rightarrow \oint_{s} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 \tag{2.13}$$

Das Ergebnis des Wegintegrals verdeutlicht ein fundamentales Prinzip der Physik: In einem statischen Feld ist die über einen geschlossenen Weg verrichtete Arbeit immer Null. Dies bestätigt die Wegunabhängigkeit der Arbeit in diesen Feldern und zeigt, dass die verrichtete Arbeit ausschließlich von den Anfangs- und Endpunkten abhängt und nicht vom spezifischen Weg zwischen diesen Punkten.

Merke: Wegintegral

Das geschlossene Wegintegral $\oint_{s} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ ist gleich Null.

4 Die Leistung

Die Leistung gibt an, wie schnell Arbeit verrichtet oder Energie übertragen wird. Sie wird definiert als eine Menge an Energie, die pro Zeiteinheit umgesetzt wird. Die SI-Einheit der Leistung ist das Watt

(W), wobei ein Watt einem Joule pro Sekunde entspricht. Anders gesagt ist die zuvor beschriebene Arbeit das Integral der Leistung über die Zeit.

$$W = \int P \cdot \mathrm{d}t \tag{2.14}$$

Durch Umstellung der Formel ergibt sich, dass die Leistung P die Änderung der Arbeit über die Zeit ist.

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \tag{2.15}$$

4.1 Die elektrische Leistung

Im Fall der elektrischen Leistung ergibt sich bei gleichbleibender Arbeit über die Zeit nach Einsetzen der elektrischen Arbeit W_{el} aus Formel 2.11 der folgende Ausdruck:

$$P = \frac{W_{\mathrm{el}}}{t} = \frac{U \cdot I \cdot \cancel{t}}{\cancel{t}} = U \cdot I \qquad [P] = 1 \text{ Watt} = 1 \text{ W} \tag{2.16}$$

4.2 Die verschiedenen Leistungsarten

Neben der elektrischen Leistung gibt es noch weitere Leistungsgrößen, welche sich aus den verschiedenen Energieformen ergeben. Ergänzend zu den in Abschnitt 2.2 erörterten Energieformen, sind in der folgenden Tabelle die entsprechenden Leistungen aufgelistet. Dabei wird jeweils die Potentialgröße mit der Flussgröße multipliziert. Die Tabelle gilt nur für Gleichspannung.

Arten	**Potentialgröße**	**Flussgröße**	**Formel**
elektrisch	Spannung (U)	Strom (I)	$P_{\mathrm{el}} = U \cdot I$
translatorisch	Kraft (F)	Geschwindigkeit (v)	$P_{\mathrm{tr}} = F \cdot v$
rotatorisch	Moment (M)	Winkelgeschw. (ω)	$P_{\mathrm{rot}} = M \cdot \omega$
thermisch	Temperaturdiff. (ΔT)	Wärmedurchgang ($k \cdot A$)	$P_{\mathrm{th}} = \Delta T \cdot k \cdot A$
fluidisch	Druck (p)	Volumenstrom ($\dot{V}$)	$P_{\mathrm{fl}} = p \cdot \dot{V}$

Tabelle 2.1: **Arten von Leistung.** Zeigt die verschiedenen Arten von Leistung in verschiedenen physikalischen Systemen.

Die verschiedenen Leistungsarten sind relevant für die Effizienz eines Systems. Im Regelfall treten neben der erwünschte auch unerwünschte Leistungsgröße auf, welche nach Möglichkeit vermieden werden sollten. Dies wird im folgenden Abschnitt über den Wirkungsgrad behandelt.

Merke: Leistung

- Elektrische Arbeit ist die über die Zeit integrierte Leistung.
- Leistung ist die verrichtete Arbeit pro Zeit.

5 Der Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad beschreibt das Verhältnis von abgegebener Leistung (Nutzleistung) zu aufgenommener Leistung (zugeführte Energie) in einem System und ist ein Maß für die Effizienz, mit der ein System Energie umwandelt. Am Beispiel eines Elektromotors zeigt Abbildung 2.7 wie sich dessen Leistungsbilanz zusammensetzt.

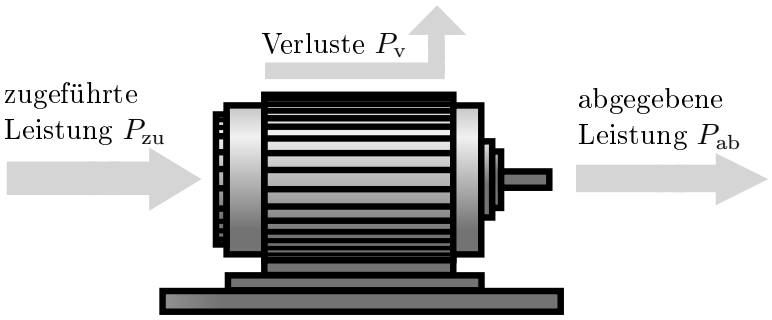

Abbildung 2.7: **Wirkungsgrad eines Elektromotors.** Zeigt das Verhältnis der abgegebenen Leistung zur zugeführten Leistung. Der Wirkungsgrad beschreibt die Effizienz des Motors bei der Umwandlung von Energie.

Der Elektromotor wird am Eingang mit elektrischer Energie versorgt, welche er in einer Eingangsleistung P_{zu} aufnimmt. Die gewünschte Leistung am Ausgang P_{ab} ist in diesem Fall rotatorischer Natur. Die durch den Motor verursachte Abwärme, aber auch die verursachten Geräusche oder Reibung, ergeben zusammen die Verlustleistung P_v.

Merke: Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis von abgegebener zu zugeführter Leistung und beschreibt die Effizienz eines Systems.

5.1 Berechnung des Wirkungsgrades

Der Wirkungsgrad wird typischerweise als Prozentsatz ausgedrückt. Ein Wirkungsgrad von 100 % bedeutet, dass die gesamte zugeführte Energie effektiv in Nutzenergie umgewandelt wird. Dies ist jedoch in der Praxis aufgrund von Verlusten, meist in Form von Wärme, Reibung oder Schall, nicht erreichbar. Mathematisch wird der Wirkungsgrad η (eta) wie folgt definiert:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \cdot 100\,\% \tag{2.17}$$

Im realen Fall wird der Wirkungsgrad nie 100 % betragen, da eine Energiewandlung grundsätzlich mit Verlusten behaftet ist. Um die Verluste möglichst gering zu halten ist es wichtig sich der Verlustmechanismen bewusst zu werden und diese nach Möglichkeit zu reduzieren. Der nachfolgende Abschnitt erläutert das Prinzip der Verlustmechanismen anhand eines Leuchtmittels.

5.2 Verlustmechanismen eines Leuchtmittels

Ein Paradebeispiel für die Relevanz des Wirkungsgrades ist die klassische Glühlampe. Sie erzeugt Licht, indem Strom durch einen Draht fließt, der sich dabei so stark erhitzt, dass er zu leuchten beginnt. Dabei werden weniger als 5 % der eingesetzten Energie in Licht umgewandelt. Mehr als 95 % der Energie werden in Wärme umgewandelt. Aufgrund der schlechten Effizienz wurden Glühlampen seit 2009 in der EU schrittweise verboten.

Ein hoher Wirkungsgrad ist in vielen Anwendungen erstrebenswert, da dies bedeutet, dass weniger Energie in der Regel nicht gewünschte Energieformen gewandelt wird, sondern dem System als Nutzenergie zur Verfügung steht. In der Praxis sind jedoch viele Faktoren wie Materialbeschaffenheit, Bauweise und Betriebsbedingungen entscheidend für die Maximierung des Wirkungsgrades. In der Umwelt- und Energietechnik spielt der Wirkungsgrad eine entscheidende Rolle, da er direkt mit dem Energieverbrauch und den Umweltauswirkungen zusammenhängt. Effizientere Systeme können dazu beitragen, den Energiebedarf zu reduzieren und Treibhausgasemissionen zu verringern.

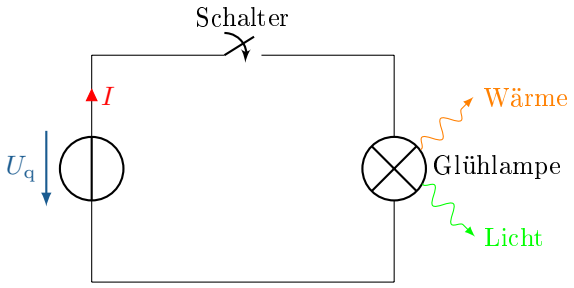

Abbildung 2.8: **Beispielschaltung zum Wirkungsgrad.** Zeigt die Abgabe von Wärme und Licht am Verbraucher. Das Verhältnis von Licht zu Wärme entspricht dem Wirkungsgrad.

A Übungsaufgaben

A.1 Arbeit und Energie

Ein Elektromotor hebt eine Masse von $m = 10\,\text{kg}$ um eine Höhe von $5\,\text{m}$.

a) Berechnen Sie die verrichtete Arbeit.

b) Wieviel Energie wird benötigt, wenn der Wirkungsgrad des Motors $\eta = 80\,\%$ beträgt?

A.2 Höhenenergie im Stausee

Ein Stausee enthält $2\,000\,000\,\text{m}^3$ Wasser auf einer Höhe von $100\,\text{m}$.

a) Berechne die gespeicherte potenzielle Energie. Gegeben ist die Dichte $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$ und $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$

A.3 Bewegungsenergie eines Autos

Ein Auto mit der Masse $1200\,\text{kg}$ fährt mit $72\,\text{km/h}$.

a) Berechne die kinetische Energie.

A.4 Elektrische Energie eines Geräts

Ein Wasserkocher mit $2000\,\text{W}$ läuft für $3\,\text{Minuten}$.

a) Berechne, wie viel elektrische Energie er verbraucht hat.

b) Wie viel Energie ist nötig, um $5\,\text{Liter}$ Wasser von $20\,^\circ\text{C}$ auf $100\,^\circ\text{C}$ zu erwärmen?

A.5 Energie und Leistung

Ein Heizgerät hat eine Leistungsaufnahme von $P = 2\,\text{kW}$ und wird für $t = 3\,\text{h}$ betrieben.

a) Wie viel Energie wird verbraucht?

b) Wenn der Strompreis p bei $0{,}30\,€/\text{kWh}$ liegt, wie hoch sind die kosten c?

A.6 Wirkungsgrad

Ein Generator erzeugt eine elektrische Leistung von $P_\text{el} = 1\,\text{kW}$, in dem er eine mechanische Leistung von $P_\text{mech} = 1{,}5\,\text{kW}$ aufnimmt.

a) Berechne den Wirkungsgrad

b) Wie groß muss P_mech sein, um $P_\text{el} = 2\,\text{kW}$ zu erzeugen?

B Lösungen zu den Übungsaufgaben

B.1 Arbeit und Energie

a)

$$W = m \cdot g \cdot h$$
$$W = 10\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5\,\mathrm{m}$$
$$W = 490{,}5\,\mathrm{J}$$

b)

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{genutzte Energie}}{\text{aufgewendete Energie}} = \eta$$
$$E_{\mathrm{zu}} = \frac{W}{\eta} = \frac{490{,}5\,\mathrm{J}}{0{,}8} = 613{,}125\,\mathrm{J}$$

B.2 Höhenenergie im Stausee

a)

$$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h$$
$$m = \rho \cdot V = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 2\,000\,000\,\mathrm{m}^3 = 2\,000\,000\,000\,\mathrm{kg}$$
$$E_{\mathrm{pot}} = 2\,000\,000\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 100\,\mathrm{m}$$
$$E_{\mathrm{pot}} = 1{,}962 \cdot 10^{12}\,\mathrm{J}$$

B.3 Bewegungsenergie eines Autos

a)

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$
$$m = 1200\,\mathrm{kg}$$
$$v = 72\,\mathrm{km/h} = 72 \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} = 20\,\mathrm{m/s}$$
$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot 1200\,\mathrm{kg} \cdot \left(20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2$$
$$E_{\mathrm{kin}} = 240\,000\,\mathrm{J}$$

B.4 Elektrische Energie eines Geräts

a)

$$P = 2000\,\mathrm{W}$$
$$t = 3\,\mathrm{min} = 180\,\mathrm{s}$$
$$E = P \cdot t = 2000\,\mathrm{W} \cdot 180\,\mathrm{s} = 360\,000\,\mathrm{J}$$

b)

$$m = 5\,\text{kg} \quad \text{(Dichte Wasser} \approx 1\,\text{kg/L)}$$
$$c = 4186\,\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \text{(spezifische Wärmekapazität von Wasser)}$$
$$\Delta T = 100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 80\,\text{K}$$
$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 5\,\text{kg} \cdot 4186\,\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 80\,\text{K} = 1\,674\,400\,\text{J}$$

B.5 Energie und Leistung

a)

$$E = P \cdot t$$
$$E = 2\,\text{kW} \cdot 3\,\text{h} = 6\,\text{kWh}$$

b)

$$c = E \cdot p$$
$$c = 6\,\text{kWh} \cdot 0{,}30\,\frac{\text{Euro}}{\text{kWh}} = 1{,}80\,\text{Euro}$$

B.6 Wirkungsgrad

a)

$$\eta = \frac{P_{\text{el}}}{P_{\text{mech}}} = \frac{1\,\text{kW}}{1{,}5\,\text{kW}} \approx 0{,}6667 \Rightarrow \eta \approx 66.67\%$$

b)

$$P_{\text{mech}} = \frac{2\,\text{kW}}{0{,}6667} \approx 3\,\text{kW}$$

Index

A

Arbeit 3, 7

E

Energie 3
Energieerhaltungssatz 3
Energiespeicher 5

K

kinetische Energie 3

L

Leistung 9

P

potenzielle Energie 3

V

Verluste 12

W

Wirkungsgrad 11