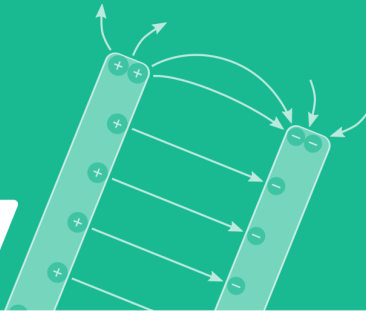


GET it digital

Modul 3: Elektrische Bauelemente



Stand: 23. Oktober 2025



Weiternutzung als OER ausdrücklich erlaubt: Dieses Werk und dessen Inhalte sind lizenziert unter CC BY 4.0. Ausgenommen von der Lizenz sind die verwendeten Logos sowie alle anders gekennzeichneten Elemente. Nennung gemäß TULLU-Regel bitte wie folgt: „GET it digital Modul 3: Elektrische Bauelemente“ von M. Hillgärtner, S. Micun, F. Stergianos Lizenz: CC BY 4.0.

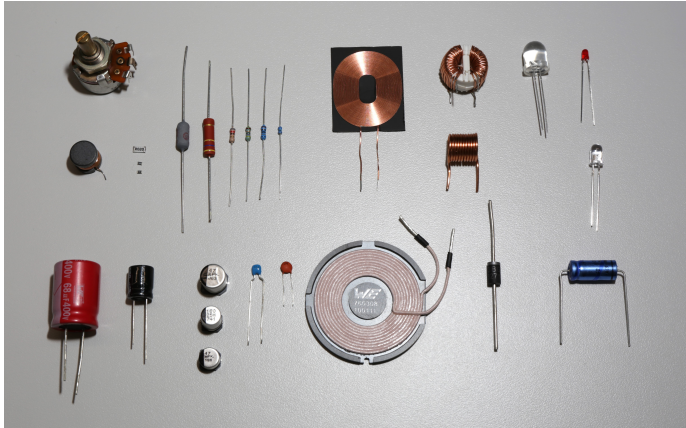
Der Lizenzvertrag ist hier abrufbar:

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>

Das Werk ist online verfügbar unter:

<https://getitdigital.uni-wuppertal.de/module/modul-3-elektrische-bauelemente>

Elektrische Bauelemente

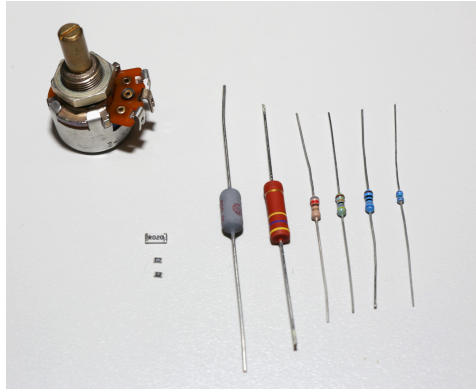


Lernziele: Leitfähigkeit und Widerstand

Die Studierenden

- ▶ kennen das elektrische Bauelement Widerstand.
- ▶ können die unterschiedlichen Bauteilausführungen von Widerständen erklären.
- ▶ können anhand des spezifischen Widerstand ρ oder des spezifischen Leitwertes κ Berechnungen durchführen.
- ▶ können die Unterschiede in der Leitfähigkeit verschiedener Materialien basierend auf deren atomarer Struktur und Temperatur analysieren.

► Unterschiedliche Bauteilausführungen von Widerständen



Aus Modul 1 ist die Definition der Stromdichte J und des Stromes I bekannt. Durch Einsetzen der Formeln 2 und 3 in Formel 1 ergibt sich die Formel 4:

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta A}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\Delta V = \Delta A \cdot \Delta x \Leftrightarrow \Delta A = \frac{\Delta V}{\Delta x}$$

$$J = \frac{\Delta Q \cdot \Delta x}{\Delta t \cdot \Delta V}$$

Durch Einsetzen der aus Modul 1 bekannten Driftgeschwindigkeit v_{el} und der Raumladungsdichte ρ in die Formel 4, ergibt sich die Formel 7 für die Stromdichte.

$$v_{el} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\rho = \frac{\Delta x}{\Delta V}$$

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}_{el}$$

Da die Geschwindigkeit immer einen Betrag und eine Richtung hat, ist die Stromdichte ebenfalls ein Vektor.

Die Driftgeschwindigkeit $\vec{v}_{el}$ der freien Ladungsträger verhält sich proportional zum elektrischen Feld $\vec{E}$, jedoch in entgegengesetzter Richtung. Der Proportionalitätsfaktor wird auch als Elektronenbeweglichkeit μ_e bezeichnet.

$$\vec{v}_{el} = -\mu_e \cdot \vec{E}$$

Die Raumladungsdichte ρ setzt sich aus der Elementarladung e^- und der Ladungsträgerdichte n_e , zusammen. Aufgrund der negativen Ladung von Elektronen, ergibt sich ein negatives Vorzeichen.

$$\rho = -n_e \cdot e^-$$

Das Einsetzen von $\vec{v}_{el}$ und ρ in die Formel 7 ergibt den folgenden Ausdruck:

$$\vec{J} = (-n_e \cdot e^-) \cdot (-\mu_e \cdot \vec{E})$$

Die Minuszeichen heben sich auf und es ergibt sich folgende Formel für die Stromdichte $\vec{J}$:

$$\vec{J} = n_e \cdot \mu_e \cdot e^- \vec{E}$$

Die materialabhängigen Komponenten n_e und μ_e sowie die Naturkonstante e^- ergeben multipliziert die spezifische Leitfähigkeit κ :

$$\kappa = n_e \cdot \mu_e \cdot e^-$$

Zusammengefasst ergibt diese Darstellung die Beschreibung des ohmschen Gesetzes:

$$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} \leftrightarrow \vec{E} = \frac{\vec{J}}{\kappa}$$

$$U_{12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} d\vec{s}$$

Da das elektrische Feld parallel zur Leitungslänge verläuft, ergibt sich das Skalarprodukt:

$$U_{12} = \int_{x=0}^{x=l} \vec{E} d\vec{x}$$

Durch Einsetzen der umgestellten Formel 13 nach $\vec{E}$, folgt:

$$U_{12} = \int_0^l \frac{J}{\kappa} dx$$

Da es sich um ein homogenes Material handelt ist das κ konstant.

$$U_{12} = \frac{1}{\kappa} \cdot \int_0^l J dx$$

Die folgende Formel für die Stromdichte J ist aus Modul 1 bekannt:

$$J = \frac{I}{A}$$

Durch Einsetzen der Formel ergibt sich folgender Ausdruck:

$$U_{12} = \frac{1}{\kappa} \cdot \int_0^l \frac{I}{A} dx$$

Da die Querschnittsfläche A ebenfalls konstant ist, kann das Integral aufgelöst werden:

$$U_{12} = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{I}{A} \cdot l$$

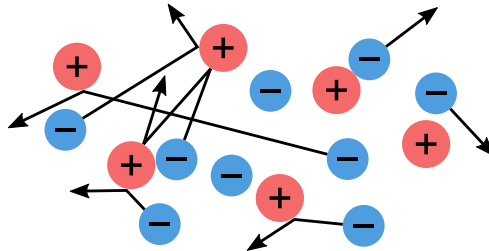
Durch Umstellung ergibt sich:

$$U_{12} = \frac{l}{A \cdot \kappa} \cdot I$$

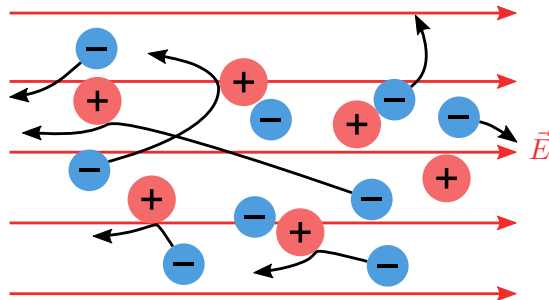
Da $\frac{l}{A \cdot \kappa}$ der elektrische Widerstand ist, ergibt sich folgende Vereinfachung:

$$U = R \cdot I$$

- Ungerichte Bewegung freier Elektronen (blau) zwischen positiv geladenen Atomrümpfen (rot)



- Gerichtete Bewegung von Elektronen entgegen der Richtung des elektrischen Feldes $\vec{E}$



$$[\kappa] = 1 \frac{\text{Siemens}}{\text{meter}} = 1 \frac{\text{S}}{\text{m}} = 1 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}}$$

$$\kappa = \frac{1}{\rho_{\text{R}}}$$

$$\rho_{\text{R}} = \rho_{20^{\circ}\text{C}} \cdot (1 + \alpha(\vartheta - 20^{\circ}\text{C}))$$

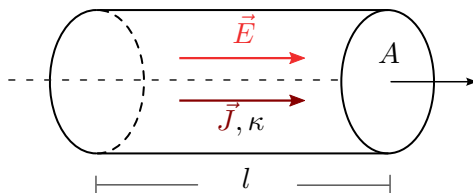
Spezifische Leitfähigkeiten und Temperaturkoeffizienten

Material	Spezifische Leitfähigkeit $[\kappa] = \text{S/m}$	Temperaturkoeffizient $[\alpha] = 1/\text{K}$
Silber	$6.1 \cdot 10^7$	0.0038
Kupfer	$5.8 \cdot 10^7$	0.0038
Gold	$4.5 \cdot 10^7$	0.0034
Aluminium	$3.7 \cdot 10^7$	0.004
Eisen	$1.0 \cdot 10^7$	0.0065
Graphit	$3 \cdot 10^6$	-0.0002
Silizium (dotiert)	$1 - 10^6$	-0.075
Leitungswasser	$5.0 \cdot 10^{-3}$	-
Luft	$4.0 \cdot 10^{-15}$	-

$$[G] = 1 \text{ Siemens} = 1 \text{ S} = 1 \frac{1}{\Omega}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

- ▶ Länge l
- ▶ Querschnittsfläche A
- ▶ Spezifische Leitfähigkeit κ



- ▶ Allgemeine Formel für den Widerstand in Bezug auf die Materialeigenschaften

$$[R] = 1 \text{ Ohm} = 1 \Omega$$

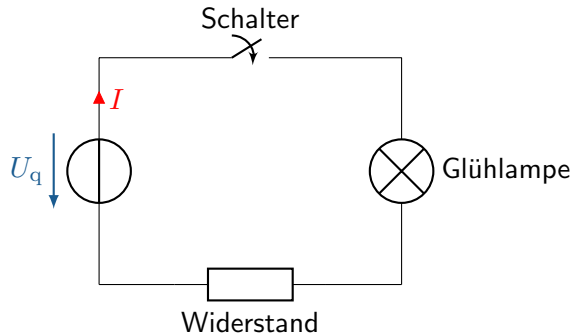
$$R = \rho_R \cdot \frac{l}{A}$$

ρ_R : spezifischer Widerstand des Materials (Ωm)

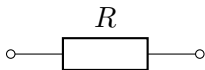
l : Länge des Materials (m)

A : Querschnittsfläche des Materials (m^2)

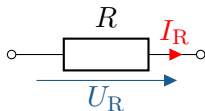
Einführung in die Darstellung von Schaltkreisen



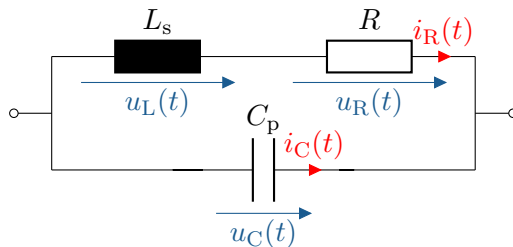
- ▶ Europäisches (links) und amerikanisches (rechts) Schaltelement für Widerstand



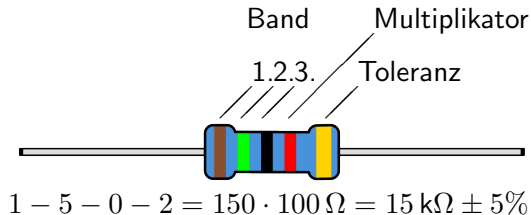
- ▶ Der idealer Widerstand als Schaltsymbol



- Ersatzschaltbild eines realen Widerstands mit C_p und L_s



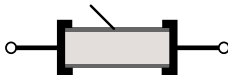
► Widerstandsfarbcodierung



Farbe	1. 2. 3. Band	Multiplikator	Toleranz
Schwarz	0	1 Ω	-
Braun	1	10 Ω	$\pm 1\%$
Rot	2	100 Ω	$\pm 2\%$
Orange	3	1 k Ω	-
Gelb	4	10 k Ω	-
Grün	5	100 k Ω	$\pm 0.5\%$
Blau	6	1 M Ω	$\pm 0.25\%$
Violett	7	10 M Ω	$\pm 0.1\%$
Grau	8	-	$\pm 0.05\%$
Weiß	9	-	-
Gold	-	0.1 Ω	$\pm 5\%$
Silber	-	0.01 Ω	$\pm 10\%$

► Verschiedene Ausführungen von bedrahteten/THT Widerständen

Widerstandsschicht



Induktivitätsarme Wicklung



Gewendelte Ausführung



Bifiliare Wicklung



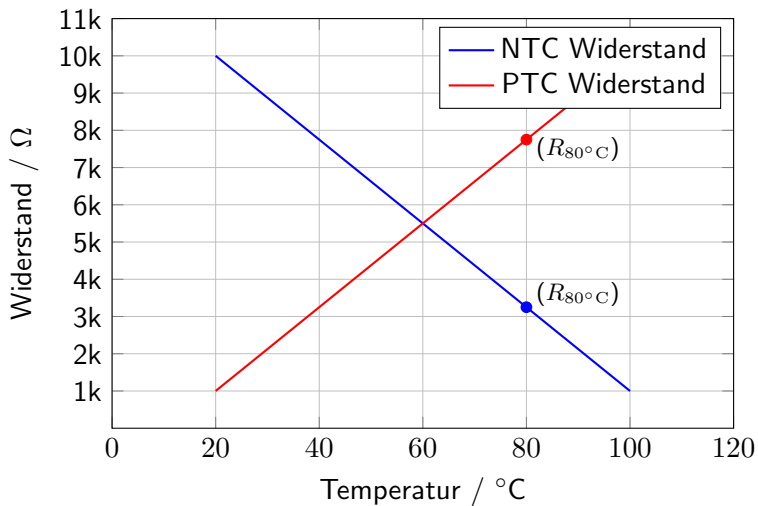
(a) Schichtwiderstände

(b) Drahtwiderstände

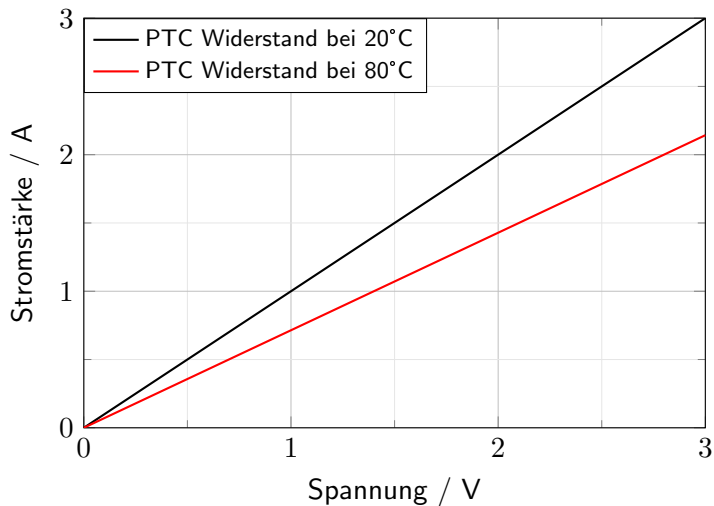
Merke:

Der Widerstandswert eines Materials ist abhängig von dessen geometrischen und spezifischen Eigenschaften.

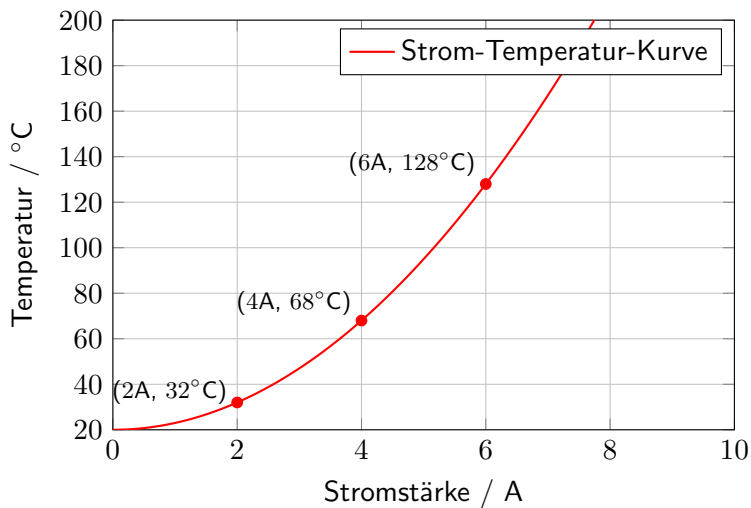
Temperaturabhängige Widerstände



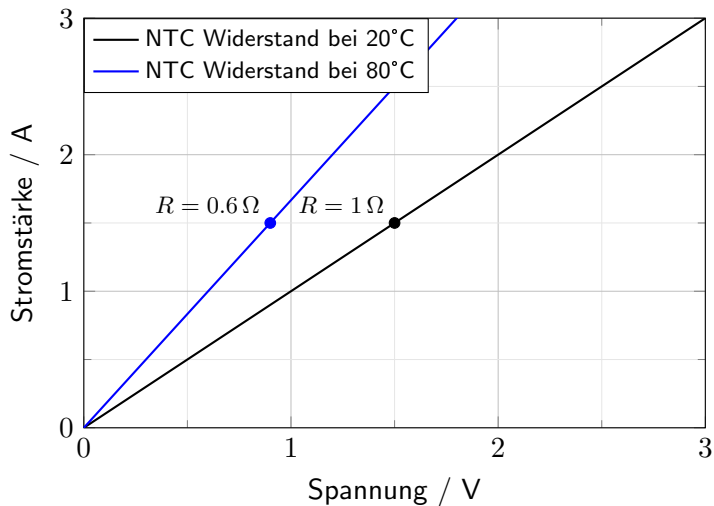
Temperaturabhängige Widerstände



Temperaturabhängige Widerstände



Temperaturabhängige Widerstände

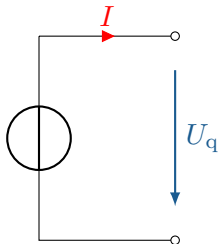


Lernziele: Spannungs- und Stromquelle

Die Studierenden können

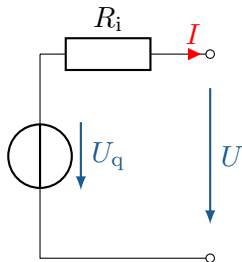
- ▶ zwischen Spannungs- und Stromquellen unterscheiden und kennen deren Schaltsymbole.
- ▶ reale Spannungs- und Stromquellen modellieren.
- ▶ Beispiele für verschiedene Quellen benennen.

- Ideale Spannungsquelle, liefert stets eine konstante Spannung U_q , unabhängig von der Last oder dem Strom



- $U_q = R \cdot I \Rightarrow \lim_{R \rightarrow 0} \frac{U_q}{R} \rightarrow \infty$

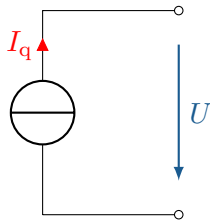
- ▶ Reelle Spannungsquelle. Die Spannung U_q wird durch den Innenwiderstand R_i beeinflusst und ist an den Ausgangsklemmen dadurch geringer



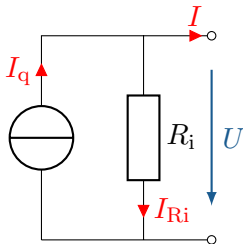
Merke:

- ▶ Eine Spannungsquelle darf nie kurzgeschlossen werden!
- ▶ Bei Spannungsquellen stellt sich immer der Strom ein.

► Ideale Stromquelle



- ▶ Reelle Stromquelle mit Innenwiderstand. Der Strom I_q wird durch den Innenwiderstand R_i beeinflusst und ist an den Ausgangsklemmen geringer

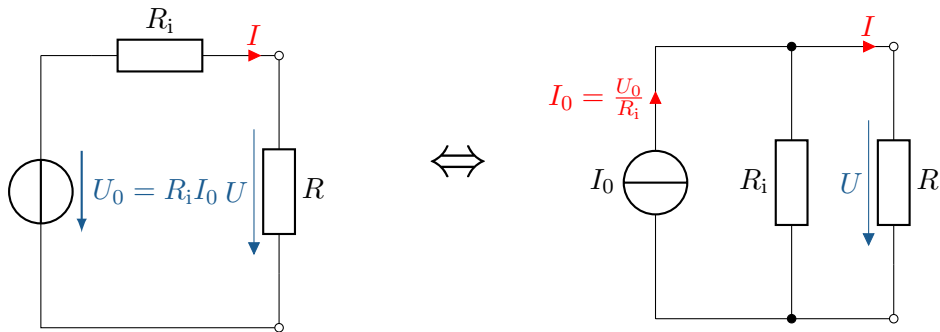


$$I = I_q - I_{Ri} = I_q - \frac{U}{R_i}$$

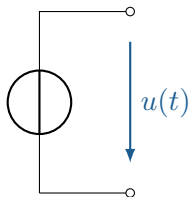
Merke:

- ▶ Eine Stromquelle darf nie im Leerlauf betrieben werden!
- ▶ Bei Stromquellen stellt sich immer die Spannung ein.

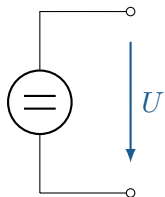
Umwandlung einer Spannungsquelle in eine Stromquelle



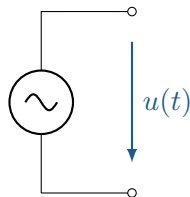
Verschiedene Spannungs- und Stromquellen



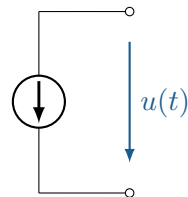
Allgemeine
Spannungsquelle



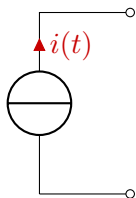
Gleichspannungs-
quelle



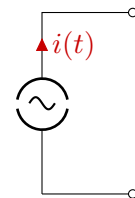
Wechselspan-
nungsquelle



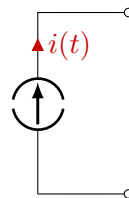
Zeitlich beliebig
veränderliche
Spannungsquelle



Allgemeine
Stromquelle



Wechselstrom-
quelle



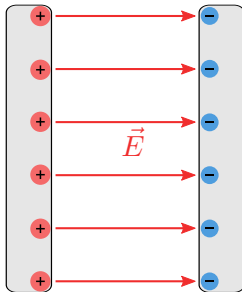
Zeitlich beliebig
veränderliche
Stromquelle

Lernziele: Kapazität und Kondensator

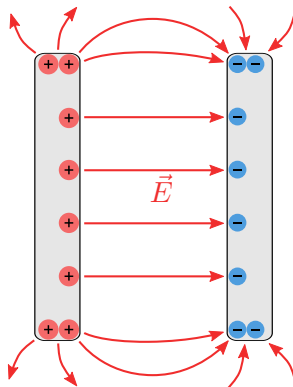
Die Studierenden

- ▶ können zwischen Kapazität und Kondensator differenzieren.
- ▶ kennen die wichtigsten Parameter rund um den Kondensator und die Kapazität.
- ▶ können die Kapazität eines Kondensators berechnen.

► Der ideale Plattenkondensator



► Der reale Plattenkondensator

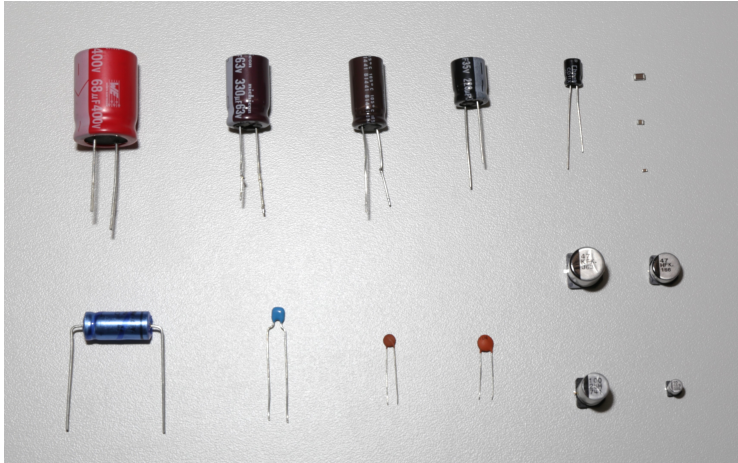


$$[C] = 1 \text{ Farad} = 1 \text{ F} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}} = 1 \frac{\text{As}}{\text{V}}$$

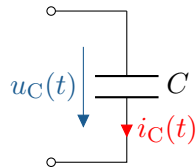
$$C = \frac{Q}{U}$$

$$Q = C \cdot U \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon \cdot \iint \vec{E} \cdot d\vec{A}}{\int \vec{E} d\vec{s}}$$

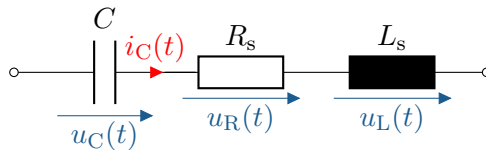
► Verschiedene Arten und Bauformen von Kondensatoren



► Idealer Kondensator



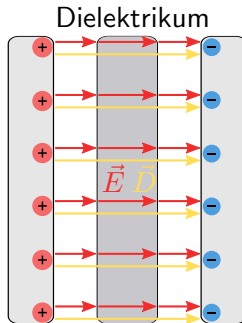
► Ersatzschaltbild eines realen Kondensators





Merke:

Der Kondensator ist der verzweifelte Versuch eine Kapazität nachzubilden.



► Relative Dielektrizitätszahl verschiedener Materialien

Material	ϵ_r
Vakuum	1
Luft (bei STP)	1.0006
Kunststoff (PE)	2.25-2.3
Glas	3-10
Keramik	5-300
Silizium	11.7
Tantaloxid	25-30
Wasser	81

$$[\epsilon] = 1 \frac{\text{Farad}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{F}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

ϵ : Dielektrizitätskonstante

ϵ_0 : Elektrische Feldkonstante ($8.85421878 \cdot 10^{-12}$)

ϵ_r : Relative Dielektrizitätszahl

$$[C] = 1 \text{ F}$$

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$$

A : Querschnittsfläche des Materials (m^2)

d : Abstand der Elektroden (m)

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} + P$$

- Im statischen Fall kann die Polarisation P oft vernachlässigt werden

$$[D] = 1 \frac{\text{Coulomb}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$$



$$Q = C \cdot U$$



$$\frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dU}{dt}$$



$$\frac{dQ}{dt} = i(t)$$



$$i_c(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}$$

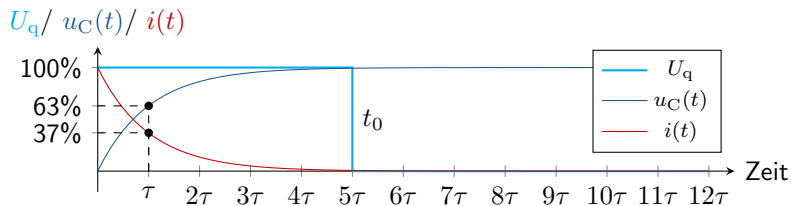
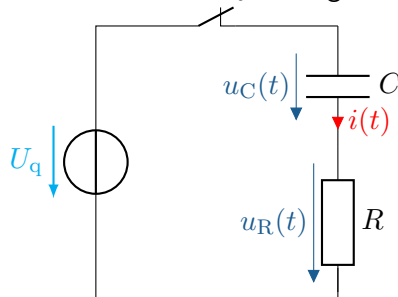


$$u_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i_c(t) dt$$

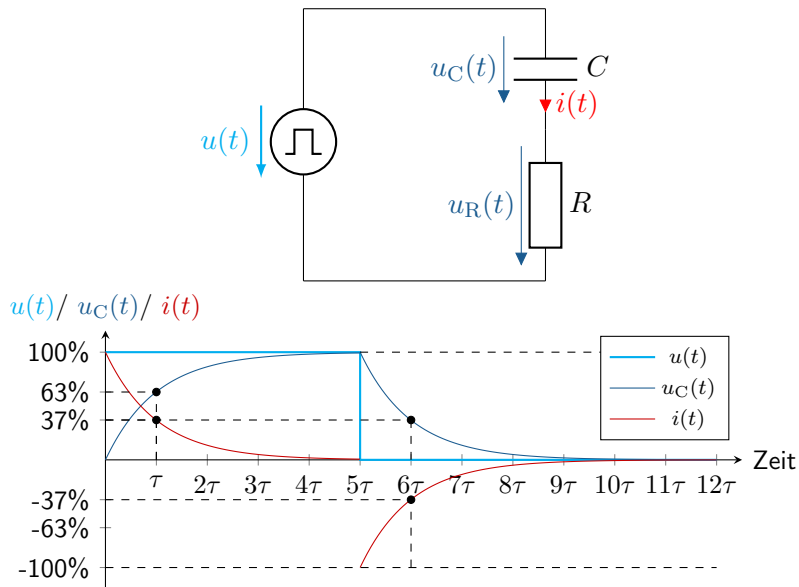
Schaltverhalten eines Kondensators: Aufladen

- $I_{\max} = \frac{U_q}{R}$

Schalter wird bei $t_0 = 5\tau$ geöffnet



Schaltverhalten eines Kondensators: Entladen



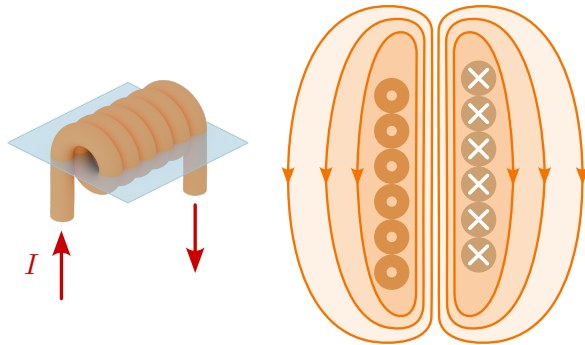
- ▶ Ladung auf Platten $Q = \sigma \cdot A = \varepsilon \cdot E \cdot A$
- ▶ Kapazität mit $C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$ berechnen
- ▶ Gespeicherte Energie $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$
- ▶ Kapazität zweier Kondensatoren mit verschiedenen ε_r über $\vec{D}$ berechnen

Lernziele: Induktivität und Spule

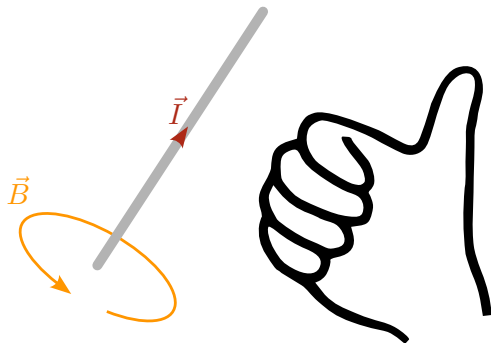
Die Studierenden

- ▶ können zwischen Induktivität und Spule differenzieren.
- ▶ kennen die wichtigsten Parameter rund um die Induktivität und die Spule.
- ▶ können die Induktivität einer Spule berechnen.

Magnetisches Feld einer Zylinderluftspule



Die Rechte-Hand-Regel



$$U_i \sim \frac{d\phi}{dt}$$

$$U_i = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

$$U_i \sim \frac{dI}{dt}$$

$$U_i = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

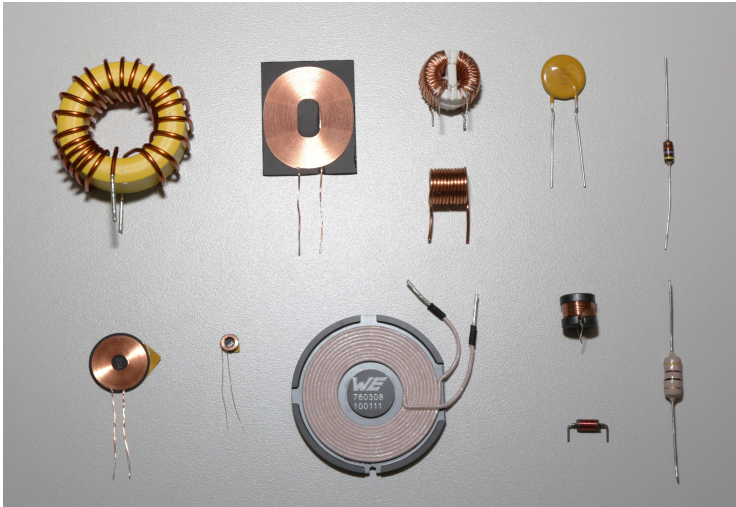
- Spannung über der Induktivität

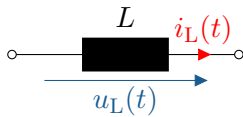
$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

- Strom durch die Induktivität

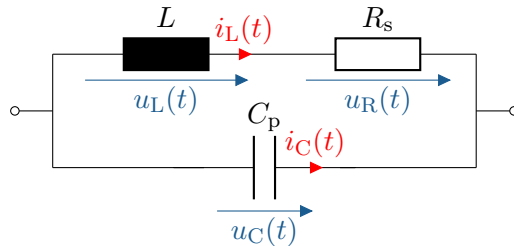
$$i_L(t) = \frac{1}{L} \cdot \int u_L(t) dt$$

Die Spule als Bauteil



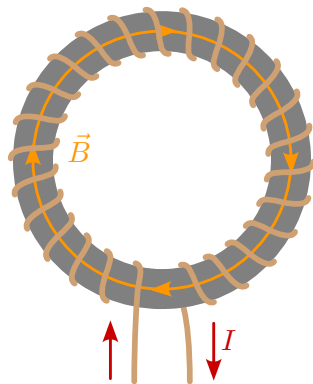


Die Spule als Schaltungselement



Merke:

Die Spule ist der verzweifelte Versuch, eine Induktivität nachzubilden.



Material	μ_r
Supraleiter 1. Art	0
Vakuum	1
Luft (bei STP)	1.00000037
Kupfer	0.999994
Gold	0.999964
Aluminium	1.000022
Eisen	300 – 10000
Ferrit	4 – 15000

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad , \quad [\text{H/m}]$$

μ : Permeabilitätskonstante [H/m]

μ_0 : Magnetische Feldkonstante ($\approx 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m])

μ_r : Relative Permeabilität des Materials (Einheitenfrei)

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot N}{l}$$

$$[B] = \frac{\text{H/m} \cdot \text{A} \cdot 1}{\text{m}} = \frac{\text{H} \cdot \text{A}}{\text{m}^2} = \frac{(\text{V} \cdot \text{s} / \cancel{\text{A}}) \cdot \cancel{\text{A}}}{\text{m}^2} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = \text{T (Tesla)}$$

μ : Permeabilitätskonstante]

I : Elektrische Stromstärke

N : Anzahl der Windungen

l : Länge des Magnetkreises

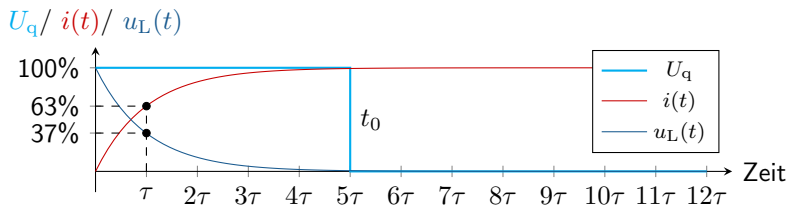
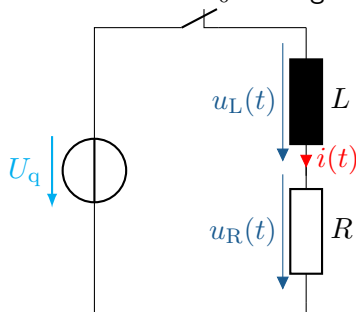
$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

$$[L] = 1 \text{ Henry} = 1 \text{ H} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$$

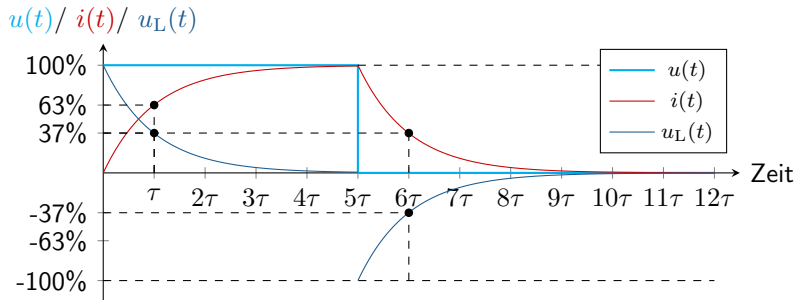
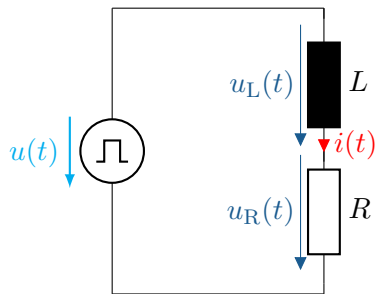
$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{l}$$

Schaltverhalten einer Spule: Aufladen

Schalter wird bei $t_0 = 5\tau$ geöffnet



Schaltverhalten einer Spule: Entladen



- ▶ Berechnung der Induktivität L
- ▶ Berechnung der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$
- ▶ Gespeicherte Energie im Magnetfeld E_m ?