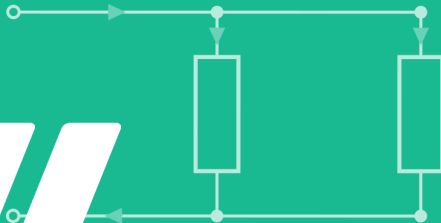


GET it digital

Modul 4: Grundlegende Gleichstromnetzwerke



Stand: 22. Oktober 2025



Weiternutzung als OER ausdrücklich erlaubt: Dieses Werk und dessen Inhalte sind lizenziert unter CC BY 4.0. Ausgenommen von der Lizenz sind die verwendeten Logos sowie alle anders gekennzeichneten Elemente. Nennung gemäß TULLU-Regel bitte wie folgt: „GET it digital Modul 4: Grundlegende Gleichstromnetzwerke“ von H. Bode
Lizenz: CC BY 4.0.

Der Lizenzvertrag ist hier abrufbar:

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>

Das Werk ist online verfügbar unter:

<https://getitdigital.uni-wuppertal.de/module/modul-4-grundlegende-gleichstromnetzwerke>

Elektrische Netzwerke bestehen aus:

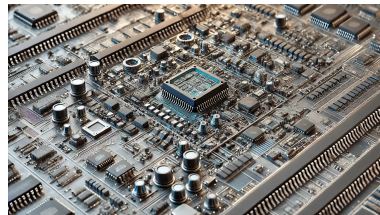
- ▶ Zwei- oder Mehrpolen: Elemente mit zwei oder mehreren el. Anschlüssen
- ▶ Verbunden durch ideal leitende Verbindungen

Diese können zu Systemen unterschiedlichster Größen geschaltet werden:

- ▶ Energieverteilnetze 1000 km Ausdehnung
- ▶ Elektronische Schaltungen im Mikrometerbereich (Mikrocontroller)



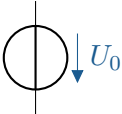
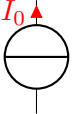
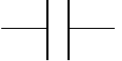
Symbolbilder



Ziel: Berechnung der elektrischen Größen in einer Schaltung

- ▶ Vereinfachung der realen Bauteile zu idealen Zweipolen
- ▶ Darstellung der Zweipole durch Ersatzschaltbilder (siehe Tabelle)
→ bilden Grundlage zur mathematischen Berechnung
- ▶ Ersatzschaltbild modelliert grundlegendes Verhalten der realen elektrischen Schaltung

Beispiele für Zweipole:

Zweipol	Schaltzeichen
ideale Spannungsquelle	
ideale Stromquelle	
Kondensator (Kapazität)	
ohmscher Widerstand	
Spule (Induktivität)	

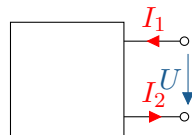
Lernziele: Zweipole und Zählpfeilsysteme

Die Studierenden können

- ▶ den Begriff des Zweipols erläutern sowie gängige Zweipole nennen und deren Schaltsymbole verwenden
- ▶ das Erzeuger- sowie Verbraucherzählpfeilsystem erläutern und entsprechend der Konventionen anwenden
- ▶ die zentralen Elemente des Grundstromkreises erläutern und die Zusammenhänge zwischen diesen erkennen

Allgemein:

- ▶ Zwei äußere Anschlüsse
- ▶ Klemmströme I_1 und I_2 sind gleich groß ($I_1 = I_2 = I$)
- ▶ Klemmverhalten (Verhältnis von I und U)
- ▶ Reale Baumaße, Materialeigenschaften, Feldstärkenverteilung im Bauteil werden vernachlässigt

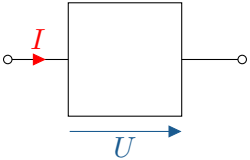
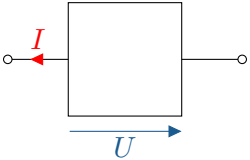


Aktiver Zweipol: enthält Strom/Spannungsquelle(n) und ggfs. Widerstände, Kondensatoren, Spulen...

Passiver Zweipol: Enthält keine Quellen, sondern ausschließlich Widerstände, Kondensatoren, Spulen...

Zählpfeilrichtung theoretisch beliebig, jedoch Konventionen:

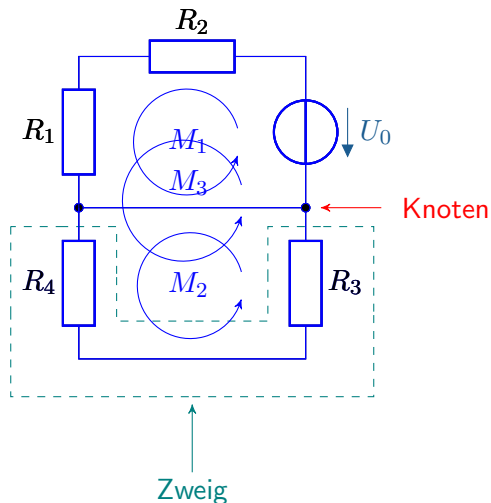
- ▶ Verbraucher-Zählpfeilsystem (VPS): Strom und Spannung **gleichsinnig** (passive Zweipole, z.B. Widerständen)
- ▶ Erzeuger-Zählpfeilsystem (EPS): Strom und Spannung **entgegengesetzt** (aktive Zweipole, z.B. Spannungsquellen)

Zählpfeilsystem	Erzeugte Leistung	Verbrauchte Leistung	Zählpfeile am Verbraucher
VPS	$P = -UI$	$P = UI > 0$	
EPS	$P = UI > 0$	$P = -UI$	

Die wichtigsten Begriffe sind in der Abbildung dargestellt:

- ▶ idealisierte Zweipole bilden **Zweige** des Netzwerks
- ▶ Verbindung der einzelnen Zweige über **Knoten** K_n
- ▶ geschlossene Kette von Zweigen bildet **Masche** M_n

Wie teilen sich Strom und Spannung in einem Netzwerk auf?



Lernziele: Kirchhoffsche Regeln

Die Studierenden können

- ▶ die Kernaussagen der Kirchhoffschen Regeln wiedergeben
- ▶ die Kirchhoffschen Regeln auf einfache Widerstandsnetzwerke anwenden

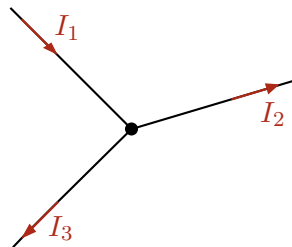
Merke:

Summe zufließender Ströme
=
Summe abfließender Ströme

$$\sum I_{\text{zu}} = \sum I_{\text{ab}}$$

Alternativ: zufließende Ströme positiv, abfließende Ströme negativ zählen:

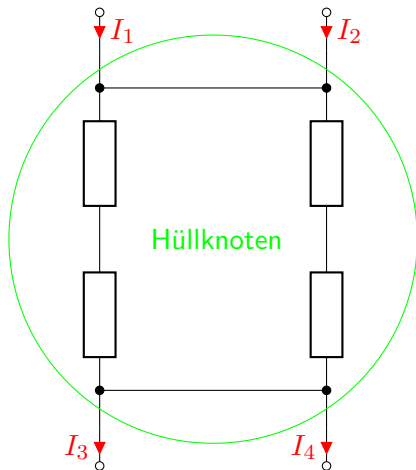
$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$



$$I_1 = I_2 + I_3$$

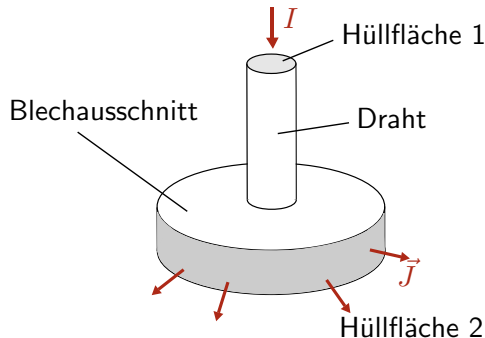
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Anwendung auf Hüllknoten:



$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

Anwendung auf geometrische Strukturen:



$$\iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = 0$$

Beispiel: Parallelschaltung von Widerständen

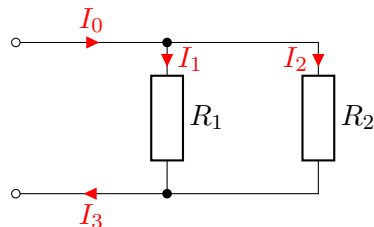
Bei der Parallelschaltung teilen sich die Ströme an den gemeinsamen Knoten auf. Wie groß ist der Strom I_3 ?

$$I_0 - I_1 - I_2 = 0$$

$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$\rightarrow I_3 = I_0$$



Ein Widerstand wird durch eine leitende Verbindung ersetzt. Wie groß ist der Strom I_2 ?

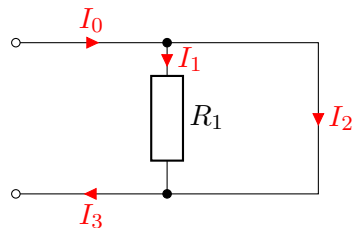
$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2 = 0 \cdot I_2$$

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 \stackrel{!}{=} U_2 = 0$$

$$\rightarrow I_1 = 0$$

$$\rightarrow I_2 = I_0 = I_3$$



Maschenregel (2. Kirchhoffscher Satz)

Bei geschlossenem Maschenumlauf:

Merke:

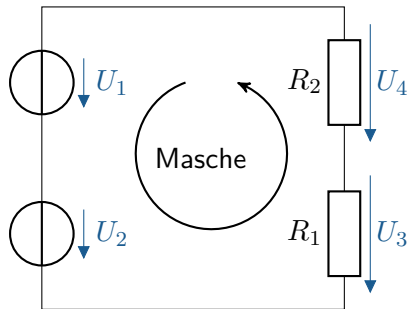
Summe der Spannungsquellen
=
Spannungssumme an Verbrauchern

Oder:

Bei geschlossenem Maschenumlauf Teilspannung
vorzeichenrichtig aufsummieren.

Merke:

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$



$$U_1 + U_2 = U_3 + U_4$$

$$U_1 + U_2 - U_3 - U_4 = 0$$

Allgemeine Beschreibung nach
den Maxwell Gleichungen:

$$\oint_s \vec{E} d\vec{s} = 0$$

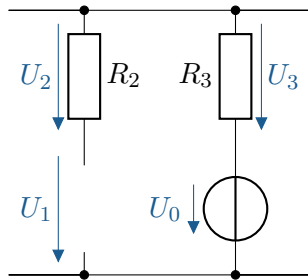
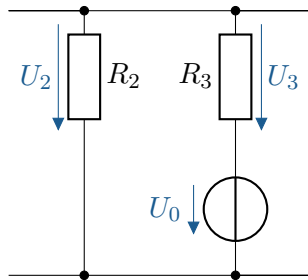
Beispiel: Reihenschaltung von Widerständen

Bei der Reihenschaltung addieren sich die Spannungen zu einer Gesamtspannung auf.
Wie groß ist die Spannung U_0 ?

$$U_2 - U_0 - U_3 = 0$$
$$\rightarrow U_0 = U_2 - U_3$$

Eine Verbindung wird unterbrochen. Wie groß ist die Spannung U_1 an der Unterbrechungsstelle?

$$U_2 + U_1 - U_0 - U_3 = 0$$
$$U_2 = I_2 \cdot R_2$$
$$\rightarrow I_2 = 0$$
$$\rightarrow U_2 = 0$$
$$U_1 = U_0 + U_3$$





Lernziele: Einfache Widerstandsnetzwerke

Die Studierenden können

- ▶ Teilschaltungen in gleichstromnetzwerken identifizieren
- ▶ Widerstandsnetzwerke vereinfachen und zusammenfassen
- ▶ Kurzschluss- sowie Leerlaufdaten bestimmen
- ▶ Überlagerungsverfahren anwenden

Reihenschaltung von Widerständen

Maschenregel:

$$U_0 - U_1 - U_2 = 0$$

Ohmsches Gesetz:

$$U_1 = R_1 \cdot I \quad U_2 = R_2 \cdot I$$

Der Strom I fließt durch alle Bauelemente:

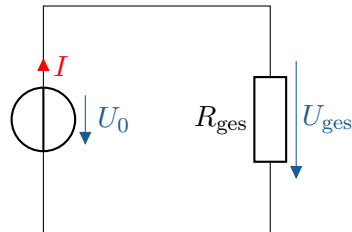
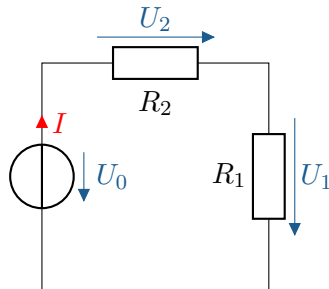
$$U_0 - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I = 0$$

$$U_0 - (R_1 + R_2) \cdot I = 0$$

Gesamtwiderstand einer Reihenschaltung von Widerständen:

Merke:

$$R_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n R_k$$



$$U_0 - R_{\text{ges}} \cdot I = 0$$

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$$

Gesamtleitwert einer Reihenschaltung von Widerständen:

Merke:

$$\frac{1}{G_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{G_k}$$

Parallelschaltung von Widerständen

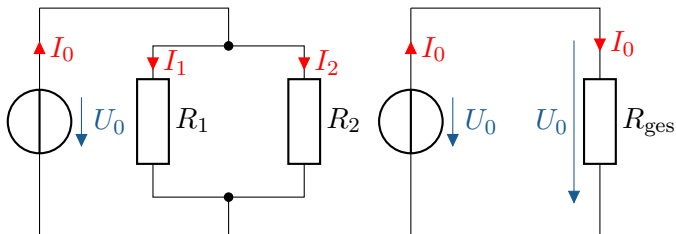
Maschenregel: $U_{R1} = U_{R2} = U_0$

Knotenregel: $I_0 - I_1 - I_2 = 0$

Ohmsches Gesetz: $I_1 = \frac{U_0}{R_1}$

$$I_0 - \frac{U_0}{R_1} - \frac{U_0}{R_2} = 0$$

$$I_0 - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot U_0 = 0$$



Merke:

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

Merke:

$$G_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n G_k$$

Spannungsteiler in Widerstandsnetzwerken

Reihenschaltung teilt Spannung U_0 auf,
Strom in allen Bauteilen identisch

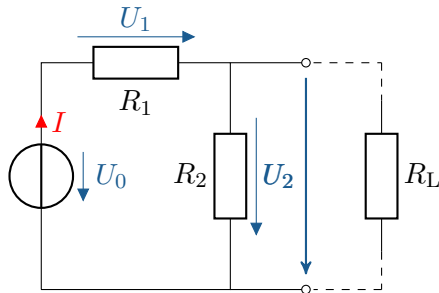
$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

Reihenschaltung von Widerständen:

$$I = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

Beziehung zwischen Gesamtspannung U_0
und Teilspannung U_2 :

$$\frac{U_2}{R_2} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$



Merke:

$$U_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

gilt nur für **unbelasteten Spannungsteiler**
(Belastungsstrom=0)!
Belastungsfall: R_2 und R_L zusammenfassen!

Stromteiler in Widerstandsnetzwerken

Parallelschaltung teilt Strom I_0 auf,
Spannung an allen Bauteilen identisch

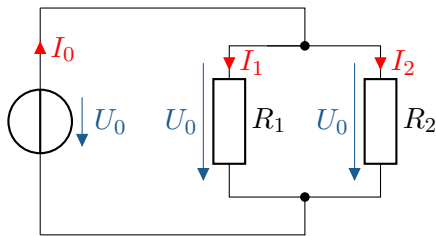
$$U_0 = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

Parallelschaltung von Widerständen:

$$U_0 = I_0 \cdot R_{\text{ges}}$$

$$I_2 \cdot R_2 = I_0 \cdot R_{\text{ges}}$$

$$I_2 \cdot R_2 = I_0 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



$$R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Merke:

$$I_2 = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Die reale Spannungsquelle

Besitzt Innenwiderstand R_i

Unbelastete reale Spannungsquelle:

$$I = 0 \rightarrow U_{R_i} = 0$$

$$U = U_0$$

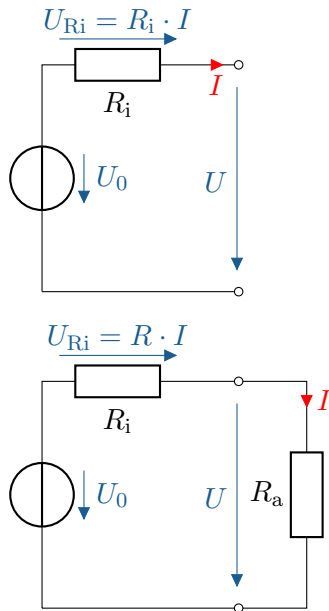
Belastete reale Spannungsquelle:

$$I > 0 \rightarrow U_{R_i} > 0$$

$$U = U_0 - U_{R_i} < U_0$$

Innenwiderstand möglichst klein:

$$U_0 \gg I \cdot R_i$$



Die Ersatzspannungsquelle

Jeder **aktive** Zweipol als **Ersatzspannungsquelle** darstellbar

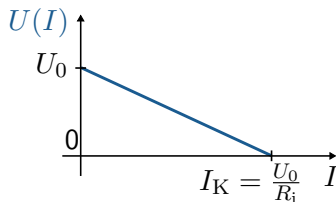
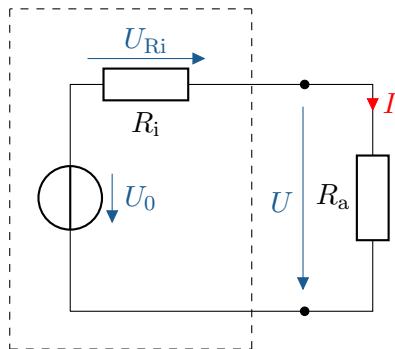
Ideale Spannungsquelle U_0 und **Innenwiderstand** R_i

$$U_0 = U_{R_i} + U$$

$$U_0 = I \cdot R_i + U$$

Verringerung der Spannung am Ausgang:

$$U = U_0 - I \cdot R_i$$



Besondere Betriebszustände der Ersatzspannungsquelle

Ermittlung von U_0 und R_i über **Kurzschluss-** und **Leerlaufversuch**:

Kurzschluss: $R_a = 0$, $I = I_K = \text{Kurzschlussstrom}$

$$U = 0 \rightarrow U_0 = U_{Ri}$$

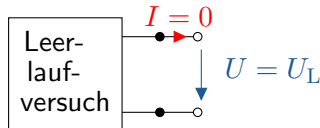
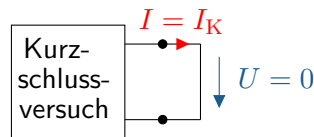
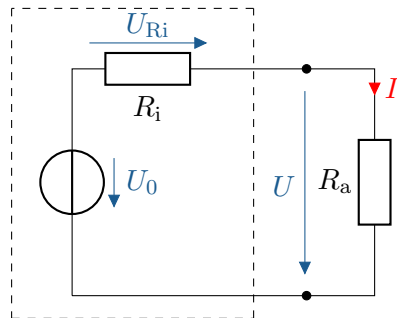
$$U_{Ri} = R_i \cdot I_K \rightarrow I_K = \frac{U_0}{R_i}$$

Leerlauf: $R_a \rightarrow \infty$, $U = U_L = \text{Leerlaufspannung}$

$$I = 0 \rightarrow U_{Ri} = R_i \cdot 0 = 0$$
$$U_L = U_0$$

Merke:

$$U_0 = U_L, \quad R_i = \frac{U_L}{I_K}$$

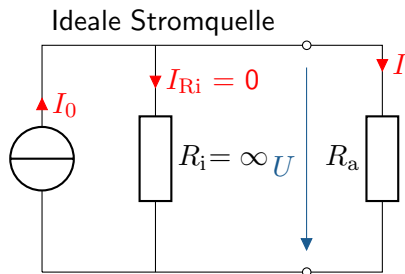


Ideale Stromquelle:

Innenwiderstand unendlich:

$$I_{R_i} = 0$$

$$I = I_0$$



Reale Stromquelle:

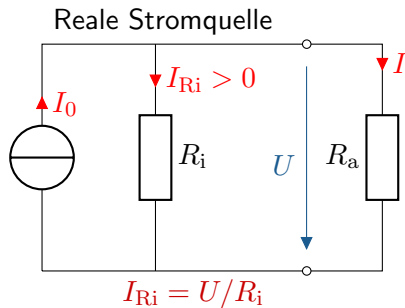
Besitzt Innenwiderstand $R_i < \infty \Omega$

$$I_{R_i} > 0$$

$$I = I_0 - I_{R_i} < I_0$$

Innenwiderstand möglichst groß:

$$I_0 \gg U/R_i$$



Die Ersatzstromquelle

Jeder **aktive** Zweipol als **Ersatzstromquelle** darstellbar

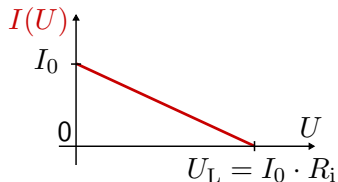
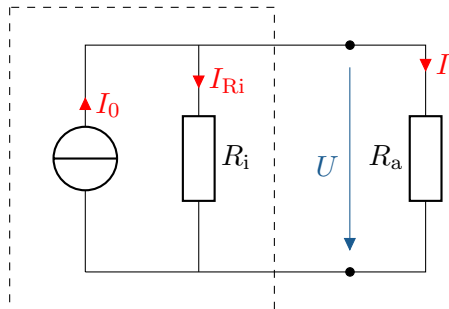
Ideale Stromquelle I_0 mit **Innenwiderstand** R_i

$$I_0 = I_{R_i} + I$$

$$I_0 = \frac{U}{R_i} + I$$

Verringerung des Ausgangsstrom abh. von U :

$$I = I_0 - \frac{U}{R_i}$$



Besondere Betriebszustände der Ersatzstromquelle

Ermittlung von I_0 und R_i über **Kurzschluss-** und **Leerlaufversuch**:

Kurzschluss: $R_a = 0$, $I = I_K =$ Kurzschlussstrom

$$U = 0 \rightarrow I_{Ri} = 0$$

$$I_K = I_0$$

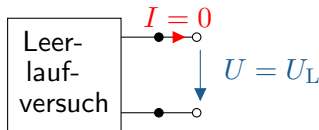
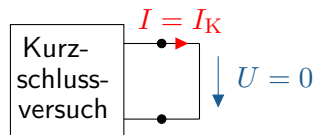
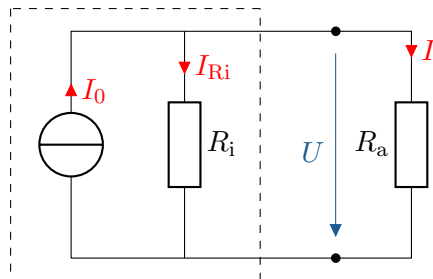
Leerlauf: $R_a \rightarrow \infty$, $U = U_L =$ Leerlaufspannung

$$I = 0 \rightarrow I_{Ri} = I_0$$

$$U_L = R_i \cdot I_0$$

Merke:

$$I_0 = I_K, \quad R_i = \frac{U_L}{I_K}$$



Umwandlung von Spannungs- und Stromquellen

Innenwiderstand R_i bleibt identisch,
Schaltung ändert sich

Leerlaufspannung und **Kurzschlussstrom** auf
andere Quelle umrechnen:

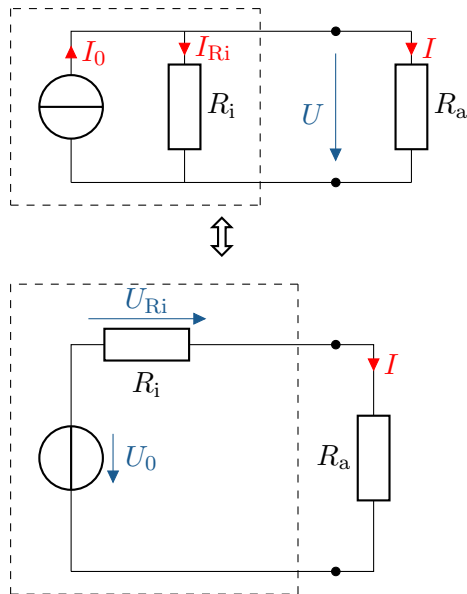
Stromquelle in Spannungsquelle:

$$U_0 = I_0 \cdot R_i$$

Spannungsquelle in Stromquelle:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_i}$$

Zählpfeile der Quellen sind entgegengesetzt
gerichtet!



Parallelschaltung von Kapazitäten

Parallelschaltung: Spannung aller Kapazitäten identisch:

$$U_0 = U_1 = U_2$$

Ladung pro Kondensator:

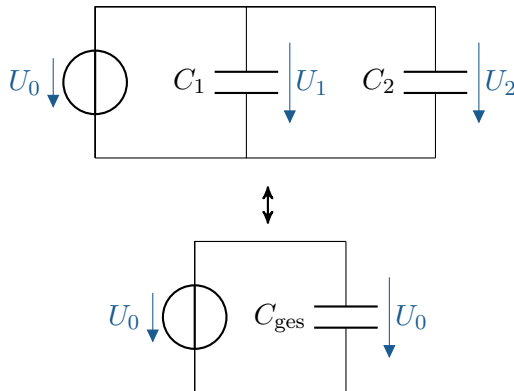
$$Q_k = C_k \cdot U_k, \quad Q_{\text{ges}} = C_{\text{ges}} \cdot U_0$$

Gesamtladung Q_{ges} :

$$Q_{\text{ges}} = Q_1 + Q_2 = C_1 \cdot U_0 + C_2 \cdot U_0$$

$$Q_{\text{ges}} = (C_1 + C_2) \cdot U_0$$

$$\rightarrow C_1 + C_2 = C_{\text{ges}}$$



Merke:

$$C_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n C_k$$

Reihenschaltung von Kapazitäten

Reihenschaltung: alle Kondensatoren besitzen **gleiche Ladung Q !**

Kondensator-Grundgleichung:

$$Q = C \cdot U$$

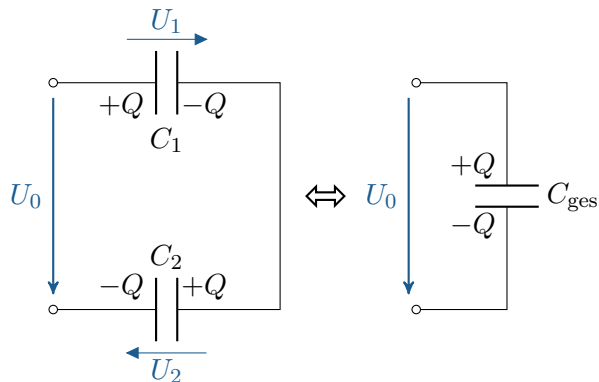
$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}$$

Reihenschaltung aus Kapazitäten:

$$U_0 = U_1 + U_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \cdot Q$$

Ersatzschaltbild:

$$U_0 = \frac{1}{C_{\text{ges}}} \cdot Q$$



Merke:

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

Spannungsteiler an Kapazitäten

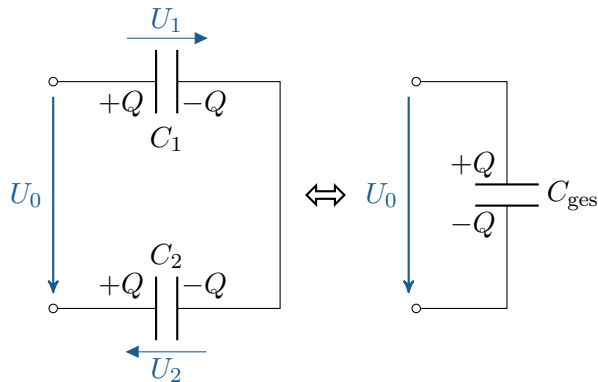
$$Q_1 = Q_2 = Q_{\text{ges}} = Q$$

$$C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$U_0 = \frac{1}{C_{\text{ges}}} \cdot Q \rightarrow Q = C_{\text{ges}} \cdot U_0$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} \rightarrow U_1 = \frac{C_{\text{ges}}}{C_1} \cdot U_0$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} \rightarrow U_2 = \frac{C_{\text{ges}}}{C_2} \cdot U_0$$



Merke:

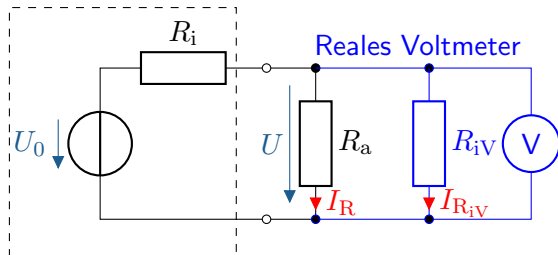
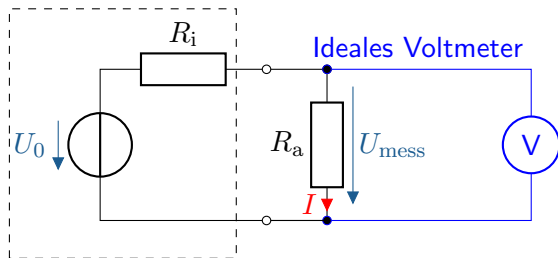
$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot U_0, \quad U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U_0$$

Spannungsmessung im Gleichstromkreis

Spannungsmessung im Gleichstromkreis:

- ▶ Messung mit **Voltmeter**
- ▶ Messgeräts **parallel** zum Bauteil
(keine Unterbrechung des Stromkreises notwendig)
- ▶ reales Voltmeter: **Innenwiderstand**
 $R_{iV} \gg R_{\text{mess}}$
- ▶ um Innenwiderstand korrigierte
Messspannung U_{korrr} :

$$U_{\text{korrr}} = U \cdot \left(1 + \frac{R_i || R_a}{R_{iV}} \right)$$

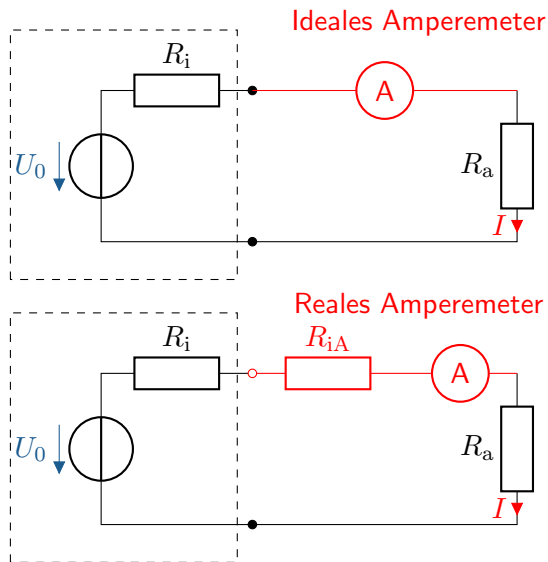


Strommessung im Gleichstromkreis

Strommessung im Gleichstromkreis:

- ▶ Messung mit **Amperemeter**
- ▶ Messgerät **in Reihe** zum Bauteil (Stromkreis auftrennen!)
- ▶ reales Amperemeter: Innenwiderstand $R_{iA} \ll R_a$
- ▶ Um den Innenwiderstand R_{iA} korrigierte Messtromstärke I_{korrr} :

$$I_{\text{korrr}} = I \cdot \left(1 + \frac{R_{iA}}{R_i + R_a} \right)$$



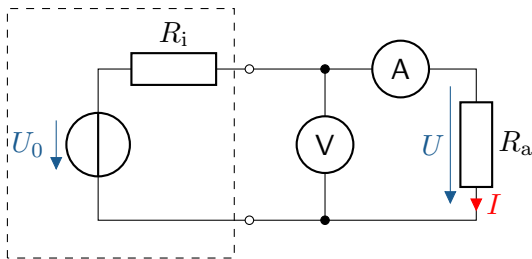
Bei **gleichzeitiger** Messung von Strom und Spannung:

- ▶ gegenseitige **Beeinflussung** der Innenwiderstände **der Messgeräte**

Stromrichtige Messung:

- ▶ höherer Fokus auf Stromstärke
- ▶ $U_{\text{mess}} = U_{R_a} + U_{\text{Amperemeter}}$
- ▶ Verwendung, wenn gilt:

$$R_{iA} \ll R_a$$



Spannungsrichtige Messung:

- ▶ höherer Fokus auf Spannung
- ▶ $I_{\text{mess}} = I_{R_a} + I_{\text{Voltmeter}}$
- ▶ Verwendung, wenn gilt:

$$R_{iV} \gg R_a$$

Bei nicht eindeutigen Verhältnissen:

- ▶ stromrichtiges Messen für
 $R_a > \sqrt{R_{iA} \cdot R_{iV}}$
- ▶ spannungsrichtiges Messen für
 $R_a < \sqrt{R_{iA} \cdot R_{iV}}$

