

GET it digital

Modul 6:

Magnetische Größen

Dr.-Ing. Ralf Wegener
Grzegorz Pawel Lisicki
Josef Kirschner

Ein Kooperationsvorhaben
empfohlen durch die

gefördert durch



Ministerium für
Kultur und Wissenschaft
des Landes Nordrhein-Westfalen



Stand: 11. September 2025



Weiternutzung als OER ausdrücklich erlaubt: Dieses Werk und dessen Inhalte sind lizenziert unter CC BY 4.0. Ausgenommen von der Lizenz sind die verwendeten Logos sowie alle anders gekennzeichneten Elemente. Nennung gemäß [TULLU-Regel](#) bitte wie folgt: „GET it digital Modul 6: Magnetische Größen“ von R. Wegener, G. Lisicki, J. Kirschner Lizenz: CC BY 4.0.

Der Lizenzvertrag ist hier abrufbar:

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>

Das Werk ist online verfügbar unter:

<https://getitdigital.uni-wuppertal.de/module/modul-6-magnetische-groessen>

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Magnetismus	1
2.1	Magnetisches Feld	2
2.2	Elektromagnetismus	3
2.3	Durchflutung	4
2.4	Magnetischer Fluss und Flussdichte	6
3	Der magnetische Widerstand	9
3.1	Der magnetische Kreis	10
4	Lorentzkraft	10
5	Induktion	15
6	Induktivität	16
7	Energie im magnetischen Feld	19
8	Skin-Effekt	20
9	Hall-Effekt	22
A	Übungsaufgaben	25
A.1	Gleichstrommaschine 1	25
B	Lösungen zu den Übungsaufgaben	25
B.1	Gleichstrommaschine 1	25
	Index	27

Verwendete Größen und Formelzeichen

Konstanten

μ_0 magnetische Feldkonstante $\mu_0 = 1,256\,637\,062 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

Einheiten

A Ampere - elektrischer Strom

H Henry - Induktivität $H = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{A}^2}$

kg Kilogramm - Masse

m Meter - Länge

N Newton - Kraft $N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$

s Sekunde - Zeit

T Tesla - magnetische Flussdichte $T = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{A}}$

V Volt - Spannung $V = \frac{\text{W}}{\text{A}} = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3 \cdot \text{A}}$

W Watt - Wirkleistung $W = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{A} \cdot V = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$

Wb Weber - magnetischer Fluss $\text{Wb} = V \cdot s = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{A}}$

Formelzeichen

δ Eindringtiefe in den Leiter durch den Skin-Effekt (Skin-Tiefe) m

ρ_R spezifischer Widerstand $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

Φ magnetischer Fluss Wb

Θ magnetische Durchflutung A

A Fläche m^2

B magnetische Flussdichte T

d Abstand im magnetischen Leitkörper m

F Kraft N

f Frequenz Hz

H magnetische Feldstärke $\frac{\text{A}}{\text{m}}$

I elektrischer Strom (zeitlich konstant) A

$\vec{J}$ Stromdichte $\frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

ℓ Länge m

ℓ_m mittlere Feldlinienlänge einer Spule m

L Induktivität H

M Drehmoment Nm

m Masse kg

N abstrakte Anzahl (z. B. Anzahl der Wicklungen einer Spule) 1

P	Wirkleistung	W
R_m	magnetischer Widerstand	$\frac{A}{V \cdot s}$
t	Zeit	s
U	Spannung (zeitlich konstant)	V
u	Spannung (zeitlich variabel)	V
v	Geschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
W	Arbeit	J
W	Energie	J

1 Einleitung

Der Elektromagnetismus bildet die Grundlage vieler Technologien in unserem täglichen Leben. Die Magnetresonanztomographie ermöglicht zum Beispiel präzise Diagnosen und Therapien in der Medizin. Die effiziente Erzeugung, Übertragung und Verteilung von elektrischer Energie wird durch Generatoren und Transformatoren gewährleistet. In der Computertechnik sind magnetische Speicher, wie Festplattenlaufwerke, für die Datenverarbeitung und -speicherung unverzichtbar. Die Grenzen der Anwendungsgebiete sind jedoch noch nicht erreicht. Zukünftige technologische Entwicklungen wie Quantencomputer, drahtlose Energieversorgung und magnetische Levitation werden diese weiter verschieben. Ein fundiertes Verständnis magnetischer Größen ist entscheidend für die Weiterentwicklung und Optimierung existierender sowie zukünftiger Technologien.

Dieses Kapitel bietet eine Einführung in die elektromagnetischen Wirkweisen und die dazugehörigen magnetischen Größen. Zunächst wird das magnetische Feld beschrieben, gefolgt von einer Erklärung relevanter Größen für den magnetischen Kreis wie Durchflutung, magnetischer Fluss und magnetischer Widerstand. Anschließend werden die Funktionsweisen der Lorentzkraft, der Induktion und der Induktivität erläutert, gefolgt von der Berechnung des Energieinhalts im magnetischen Feld. Das Kapitel schließt mit einem Exkurs zum Skin-Effekt und Hall-Effekt.



Lernziele: Magnetische Größen

Die Studierenden

- kennen die grundlegenden magnetischen Größen im magnetischen Kreis.
- verstehen die physikalischen Wirkprinzipien hinter den einzelnen magnetischen Größen.
- können die Wechselwirkungen der magnetischen Größen zueinander beschreiben.
- können die einzelnen Größen im magnetischen Kreis berechnen.

2 Magnetismus

Der Magnetismus ist ein physikalisches Phänomen, das sich in Form von wechselwirkenden Kräften von magnetisierten bzw. magnetisierbaren Festkörpern und bewegten elektrischen Ladungen äußert. Die Kräfte werden mittels eines Magnetfeldes dargestellt. Zu den geläufigsten Formen des Magnetismus werden der Elektromagnetismus und der Magnetismus von Festkörpern gezählt. Der Ferromagnetismus ist die bekannteste und wichtigste Art magnetisierter Festkörper und beschreibt das magnetische Verhalten einiger metallischer Körper, sogenannter ferromagnetischer Werkstoffe. Wie in Abbildung 2.1 ersichtlich, besteht ein ferromagnetisches Material wie Eisen, Cobalt oder Nickel aus vielen kleinen Elementarmagneten in sogenannten Weisschen Bezirken, die durch Blochwände voneinander getrennt sind. In einem unmagnetisierten Körper sind diese Weisschen Bezirke willkürlich angeordnet und somit nicht ausgerichtet. Der Körper ist nach außen nicht (oder nur wenig) magnetisiert, da sich die Magnetisierungsrichtungen der einzelnen Bezirke größtenteils gegenseitig aufheben.

Durch ein starkes externes Magnetfeld (die benötigte Stärke ist temperatur- und materialabhängig) können die ungeordneten Elementarmagnete parallel ausgerichtet werden. Durch die gleiche Ausrichtung der Weisschen Bezirke wird das Material selbst magnetisch.

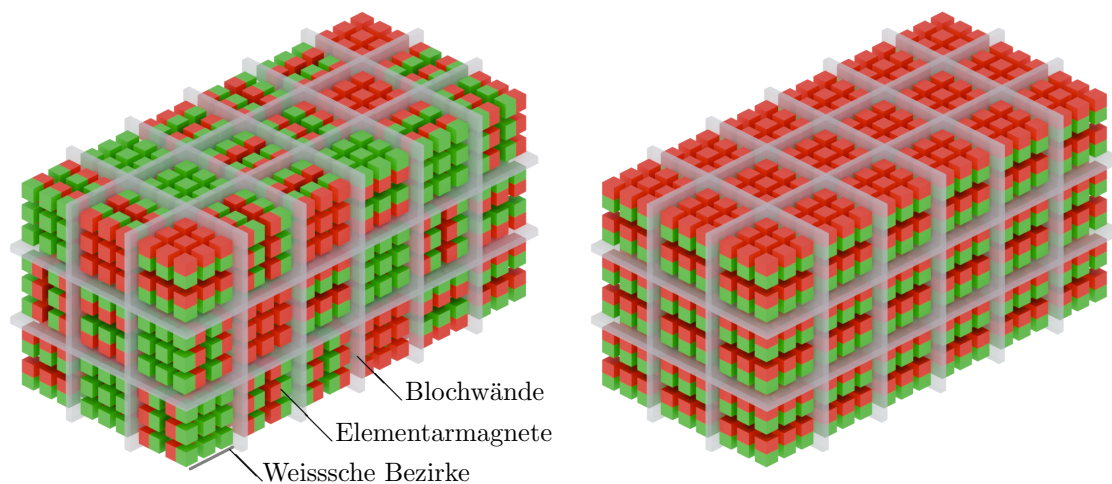


Abbildung 2.1: **Aufbau eines Permanentmagneten.** Links sind die Weisschen Bezirke mit den Elementarmagneten willkürlich ausgerichtet, der Körper ist nicht magnetisiert. Der rechte Körper ist magnetisiert, da dort die Elementarmagnete der Weisschen Bezirke gleichgeordnet ausgerichtet sind.

2.1 Magnetisches Feld

Durch die geordnete Ausrichtung der Weisschen Bezirke entsteht ein außerhalb des Körpers messbares Magnetfeld. Magnetfelder sind Vektorfelder, die eine Krafteinwirkung auf magnetische Materialien im Raum ausüben. Die Stärke des Magnetfeldes wird über die Größe der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ beschrieben. Diese vektorielle Größe ordnet dabei jedem Punkt des Raums, auf den das Magnetfeld einwirkt, eine entsprechende Richtung mit einer spezifischen magnetischen Stärke ein. Magnetfelder und die damit verbundene magnetische Feldstärke werden mittels Feldlinien dargestellt. Magnetische Feldlinien besitzen charakteristische Eigenschaften:

- Magnetische Feldlinien sind immer geschlossen (Quellenfrei).
- Außerhalb des Magneten verlaufen sie vom Nord- zum Südpol.
- Sie treten immer senkrecht aus der Magnetoberfläche aus bzw. ein.

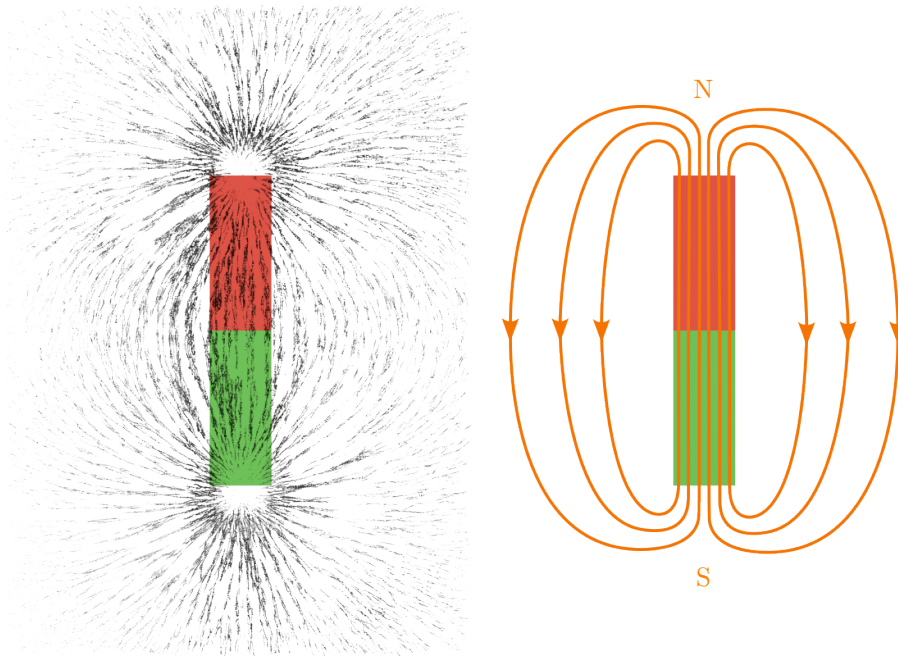


Abbildung 2.2: **Feldlinien eines Permanentmagneten.** Links wurden die Feldlinien mit Hilfe von Metallspänen über einem Magneten visualisiert. Die rechte Grafik stellt die Eigenschaften magnetischer Feldlinien dar: Geschlossenheit, Verlauf außerhalb des Magneten von Nord nach Süd, senkrechter Austritt aus dem Magneten.



Merke: Magnetfeld

Magnetfelder sind Vektorfelder, die an jedem Punkt des Raums, auf den sie einwirken, eine für den Punkt spezifische Richtung mit einer spezifischen Stärke besitzen. Die Stärke und Richtung werden mittels der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ beschrieben.

2.2 Elektromagnetismus

Ein magnetisches Feld kann, außer durch einen Permanentmagneten, auch durch einen elektrischen Strom erzeugt werden. Dabei ergibt sich ein kreisförmiges magnetisches Feld um den stromdurchflossenen Leiter. Die Richtung des Feldes kann mit der „Rechten-Hand-Regel“ ermittelt werden: Bei einer zur Faust geformten Hand mit gestrecktem Daumen zeigt der Daumen in Richtung des (technischen) elektrischen Stromflusses (der „technische Stromfluss“ verläuft vom Plus- zum Minuspol) und die Finger in Richtung des magnetischen Feldlinienverlaufs.



Merke: Rechte-Hand-Regel

Zeigt der Daumen der rechten Hand in Richtung des (technischen) elektrischen Stromflusses, so zeigen die restlichen gebeugten Finger die Verlaufsrichtung der magnetischen Feldlinien an.

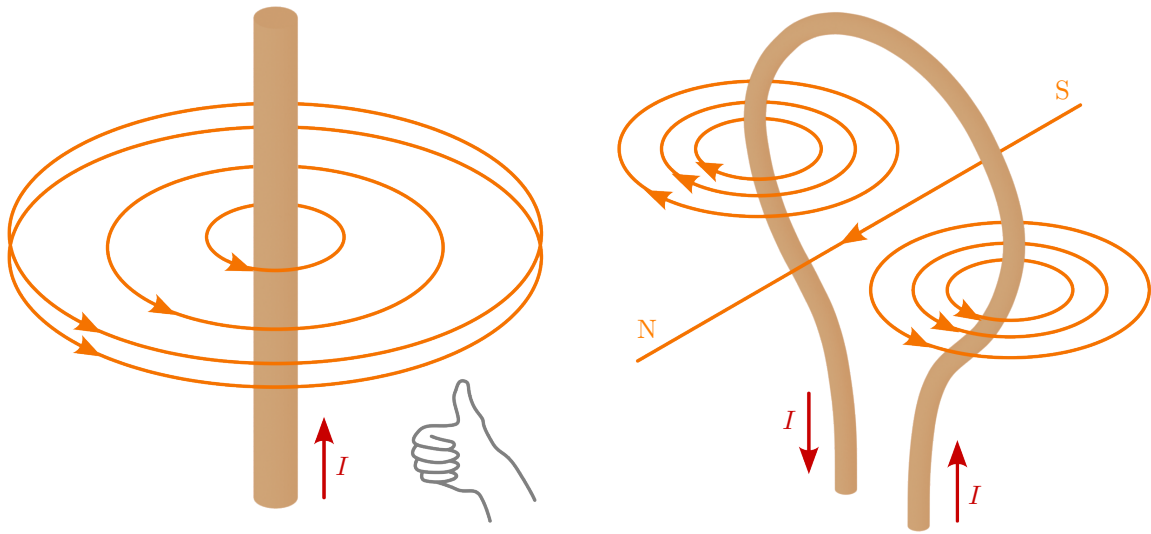


Abbildung 2.3: **Magnetisches Feld um einen stromdurchflossenen Leiter.** Links: Die Richtung des Feldes kann mit der „Rechten-Hand-Regel“ veranschaulicht werden. Rechts: Die Leiterschleife stellt die kleinste Einheit einer Spule dar. Die hier dargestellte mittlere Feldlinie schließt sich in der Unendlichkeit.

2.3 Durchflutung

Die durch elektrische Ströme hervorgerufenen Magnetfelder werden mit der Kenngröße der magnetischen Durchflutung Θ (Theta) gemessen. Analog zur elektrischen Spannung wird die Durchflutung auch als magnetische Spannung bezeichnet. Da die Durchflutung aus dem Strom resultiert, hat sie wie der Strom die Einheit Ampere.

Der Name ist auf das Durchflutungsgesetz zurückzuführen. Dieses besagt, dass die magnetische Durchflutung Θ gleich dem Gesamtstrom I einer von ihm durchfluteten Fläche ist (siehe Abbildung 2.4). Die Gleichung 2.1 gibt das Durchflutungsgesetz in der allgemeinen Form wieder. Die rechte Seite bezeichnet das Flächenintegral der Stromdichte $\vec{J}$. Dieses Integral drückt die Summe des Stromes aus, der durch die Fläche A fließt. Die linke Seite der Gleichung stellt das geschlossene Linienintegral über die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ dar. Diese geschlossene Linie $d\vec{s}$ entspricht dabei dem Rand der Fläche A .

$$\Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_A \vec{J} d\vec{A} \quad (2.1)$$

Da in den allermeisten Fällen der Strom durch einen Leiter transportiert wird und folglich die Richtung des Stromes als auch die Stromstärke eindeutig bekannt sind, genügt es in diesem Fall, das Integral (wie in der Gleichung 2.2 dargestellt) durch die Anzahl der stromführenden Leiter N multipliziert mit der Stromstärke I zu ersetzen.

$$\Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = N \cdot I \quad [\text{A}] \quad (2.2)$$

Merke: Magnetische Durchflutung

Die magnetische Durchflutung Θ entspricht dem Gesamtstrom einer von ihm durchflossenen Fläche.

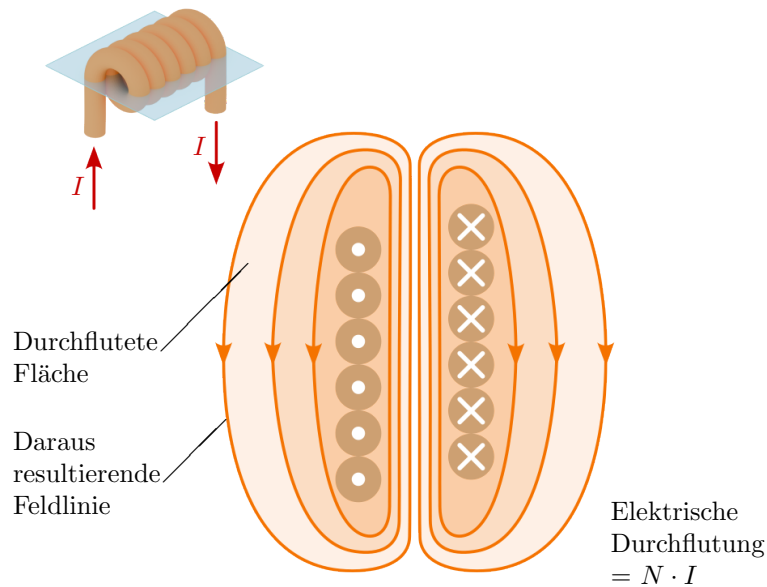


Abbildung 2.4: **Durchflutung einer Spule.** Die Durchflutung entspricht dem Gesamtstrom durch eine durchflossene Fläche. Die elektrische Durchflutung einer Spule ist daher abhängig von der Wicklungszahl und der Stromstärke. Für die Darstellung in einer zweidimensionalen Grafik wird das Symbol $\otimes$ für den Stromfluss „in die Bildfläche hinein“, $\odot$ für „aus der Bildfläche heraus“ verwendet.

Ist die magnetische Feldstärke über dem Integrationsweg $d\vec{s}$ konstant, kann der Vektor $\vec{H}$ vor das Integral gezogen werden. Diese Bedingung ist in der Regel erfüllt, wenn sich die Feldlinie über dem ganzen Integrationsweg im gleichen Material befindet. Ein Beispiel wäre ein kreisförmiges Feld um einen Leiter im Kreismittelpunkt oder eine Ringkernspule, wie in Abbildung 2.5 gezeigt. In dem Fall wird das Integral $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$ zur Länge des Integrationsweges (Gleichung 2.3). Diese Länge wird mittlere Feldlinienlänge genannt und mit ℓ_m bezeichnet. Sie steht für den Mittelwert der Summe aller Feldlinien, die sich innerhalb des kreisförmigen Feldes befinden. Die magnetische Feldstärke kann in solchen Anordnungen einfach mit der Gleichung 2.4 ermittelt werden.

$$\Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = |\vec{H}| \cdot \ell_m \quad (2.3)$$

$$|\vec{H}| = \frac{\Theta}{\ell_m} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right] \quad (2.4)$$

Merke: Berechnungshilfe magnetische Feldstärke

Ist die magnetische Feldstärke über den ganzen Weg konstant, kann sie durch den Quotienten von Durchflutung Θ und Weglänge ℓ_m berechnet werden. Ihre Einheit ist Ampere pro Meter.

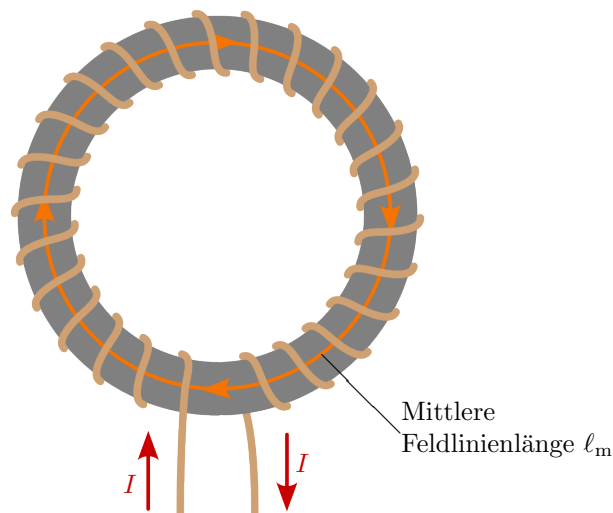


Abbildung 2.5: **Ringkernspule mit mittlerer Feldlinienlänge.** Die mittlere Feldlinienlänge repräsentiert den Mittelwert aller Feldlinien innerhalb der Spule, womit die Feldstärke einfach rechnerisch ermittelt werden kann.

Beispiel 2.1: Magnetische Feldstärke über die mittlere Feldlinienlänge

Eine Ringspule (Abbildung 2.5) mit 1000 Windungen und einer mittleren Feldlinienlänge von 50 cm wird von einer Stromstärke von 100 mA durchflossen. Wie groß ist die magnetische Feldstärke?

$$\Theta = H \cdot \ell_m = N \cdot I$$

$$H = \frac{N \cdot I}{\ell_m} = \frac{1000 \cdot 0,1 \text{ A}}{0,5 \text{ m}} = 200 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Beispiel 2.2: Magnetische Feldstärke über den Kreisumfang

Ein gerader Leiter wird mit einem Strom von $I = 50 \text{ A}$ durchflossen. Wie groß ist die magnetische Feldstärke in einem Abstand von $r = 20 \text{ cm}$?

$$H = \frac{N \cdot I}{\ell_m} = \frac{1 \cdot 50 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,2 \text{ m}} = 39,79 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Die mittlere Feldlinienlänge ℓ_m kann durch den Kreisumfang ermittelt werden und wird deshalb mit der Formel zur Berechnung des Kreisumfangs $2\pi \cdot r$ ersetzt.

2.4 Magnetischer Fluss und Flussdichte

Der magnetische Fluss ist analog zum elektrischen Kreis mit dem Strom vergleichbar. Entgegen der Terminologie findet jedoch kein Fluss von magnetischen Teilchen statt, sondern er ist sinnbildlich als „die Menge an Magnetfeld“ zu verstehen und wirkt in Folge der magnetischen Spannung. Das Formelzeichen des magnetischen Flusses ist Φ , die Einheit ist Weber (Wb). Ein Weber (Wb) ist gleichbedeutend mit einer Volt-Sekunde (Vs).

Die Kraftwirkung eines Magneten ist abgesehen vom magnetischen Fluss auch von der durchfluteten Fläche abhängig. Je dichter die Feldlinien konzentriert sind, desto größer ist die magnetische Wirkung. Das wird durch die magnetische Flussdichte B beschrieben, die im einfachsten Fall (nicht gekrümmte Fläche, homogene Flussdichte) durch den Quotienten aus dem magnetischen Fluss Φ und der Fläche A definiert ist. Die Einheit der Flussdichte ist Tesla (T). Die Richtung der Flussdichte $\vec{B}$ ist senkrecht zur Fläche, was durch den Normalenvektor zur Fläche $\vec{A}$ ausgedrückt wird.

$$\vec{B} = \frac{\Phi}{\vec{A}} \quad [\text{T}] \quad (2.5)$$

Im allgemeinen Fall (ohne die oben genannten Einschränkungen) gilt:

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (2.6)$$



Merke: Magnetische Flussdichte

Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ beschreibt die Konzentration des magnetischen Flusses Φ senkrecht auf einer Fläche A .

Sowohl die magnetische Feldstärke als auch die magnetische Flussdichte sind vektorielle Größen. Sie lassen sich daher grafisch durch Feldlinien zeichnen. Der magnetische Fluss Φ ist dagegen eine skalare Größe.

Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ und die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ sind über die Permeabilität μ verbunden. Die Permeabilität besteht aus dem Produkt einer materialunabhängigen Kenngröße, der magnetischen Feldkonstanten $\mu_0 = 1,256\,637\,062 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$, und einer materialspezifischen Permeabilität μ_r . Die magnetische Feldkonstante beschreibt die Permeabilität im Vakuum und war bis zur Neuordnung der SI-Einheiten im Jahr 2019 mit dem Wert $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ genau definiert. Jetzt ist sie mit einer Messunsicherheit behaftet.

Tabelle 2.1: **Materialabhängige Permeabilität.** Exemplarische Übersicht zur Permeabilitätszahl μ_r unterschiedlicher Materialien:

Material	Permeabilitätszahl μ_r
Wasser	$1 - 9,1 \cdot 10^{-6}$
Kupfer	$1 - 6,4 \cdot 10^{-6}$
Luft	$1 + 4 \cdot 10^{-7}$
Aluminium	$1 - 2,2 \cdot 10^{-5}$
Eisen	300 bis 140000

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} \quad (2.7)$$

In einem ferromagnetischen Material verläuft der Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ und der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ nicht linear. Die Permeabilität geht mit steigender Magnetisierung in Sättigung, sodass die relative Permeabilität μ_r von einem materialabhängigen Anfangswert gegen 1 läuft. Wird das magnetische Feld wieder reduziert (oder auf Null gesetzt), bleibt die Magnetisierung in einem gewissen Maße erhalten (Punkt B_r in Abbildung 2.6). Dieser Vorgang wird Remanenz genannt. Die verbleibende magnetische Flussdichte bei einer magnetischen Feldstärke

von Null ist die Remanenzflussdichte B_r . Um den Stoff wieder komplett zu unmagnetisieren, wird eine umgekehrte magnetische Feldstärke, die Koerzitivfeldstärke H_c , benötigt.

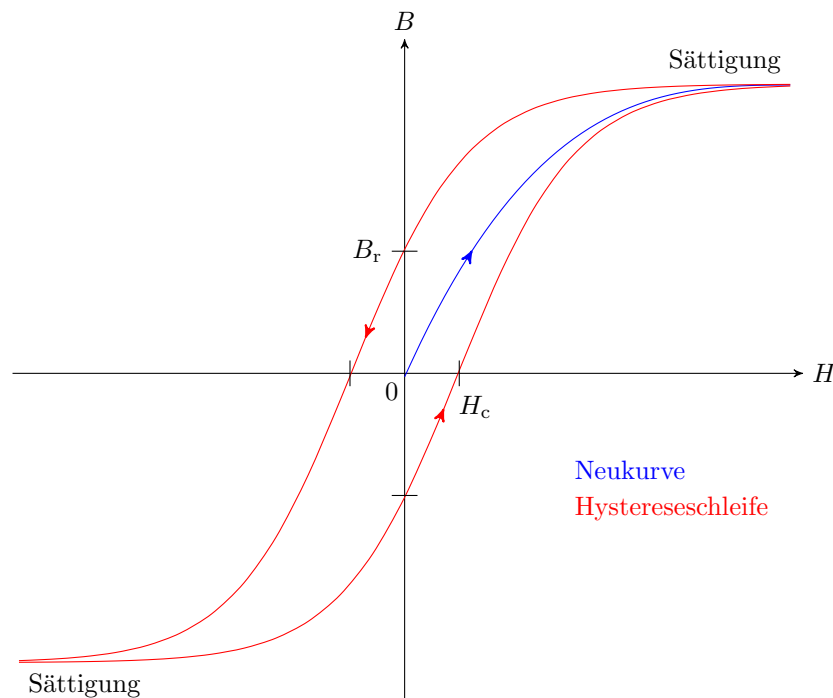


Abbildung 2.6: **Magnetisierungskurve eines ferromagnetischen Materials.** Die magnetische Feldstärke und die magnetische Flussdichte verhalten sich nicht linear zueinander.

Anhand der Koerzitivfeldstärke werden ferromagnetische Materialien in hart- und weichmagnetische Materialien unterschieden. Hartmagnetische Werkstoffe (z. B. starke Dauermagnete aus Neodym-Eisen-Bor) verfügen dabei über einen Wert für H_c größer als $10 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$, bei weichmagnetischen Werkstoffen (z. B. Magnetkerne aus Mangan-Zink-Ferrit) liegt H_c bei kleiner als $500 \frac{\text{A}}{\text{m}}$. Hartmagnetische Werkstoffe werden hauptsächlich für Permanentmagnete eingesetzt.

Beispiel 2.3: Magnetische Flussdichte

Im Inneren einer dicht gewickelten Ringspule soll die magnetische Feldstärke $H = 100 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ erzeugt werden. Die Spule hat einen mittleren Radius von 5 cm.

1. Berechnen Sie die erforderliche Stromstärke I wenn die Spule mit $N = 200$ Wicklungen versehen ist.

Aus Gleichung 2.2 und 2.3:

$$\Theta = H \cdot \ell_m = N \cdot I$$

$$I = \frac{H \cdot \ell_m}{N} = \frac{100 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{200} = 157,08 \text{ mA}$$

2. Wie groß wird die Flussdichte B im Falle einer Luftspule ($\mu_r = 1$) oder einer eisengefüllten Spule ($\mu_r = 2000$ im Arbeitspunkt)?

Aus Gleichung 2.7:

$$B_{\text{Luft}} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 100 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 125,6 \mu\text{T}$$

$$B_{\text{Eisen}} = 2000 \cdot B_{\text{Luft}} = 251,2 \text{ mT}$$

3 Der magnetische Widerstand

Im Kapitel 2.3 wurde bereits die magnetische Spannung thematisiert, die auch Durchflutung genannt wird, sowie im Kapitel 2.4 der magnetische Fluss, der das Äquivalent zum elektrischen Strom darstellt. Es liegt daher die Vermutung nahe, dass es in einem magnetischen Kreis äquivalent zum ohmschen Widerstand auch einen magnetischen Widerstand gibt. Er hat das Formelzeichen R_m und die Einheit $\frac{\text{A}}{\text{Vs}}$ und wird auch Reluktanz genannt.

Ein Beispiel für einen magnetischen Kreis ist in Abbildung 3.1 durch einen einfachen Eisenring mit einer einseitigen Spule dargestellt. Die Spule erzeugt eine Durchflutung Θ analog zur elektrischen Spannung. Der Eisenkreis besteht aus vier Teilwiderständen, da der magnetische Widerstand sowohl von der Länge als auch von dem durchflossenen Querschnitt abhängig ist. Die vier Widerstände werden vom magnetischen Fluss Φ durchströmt.

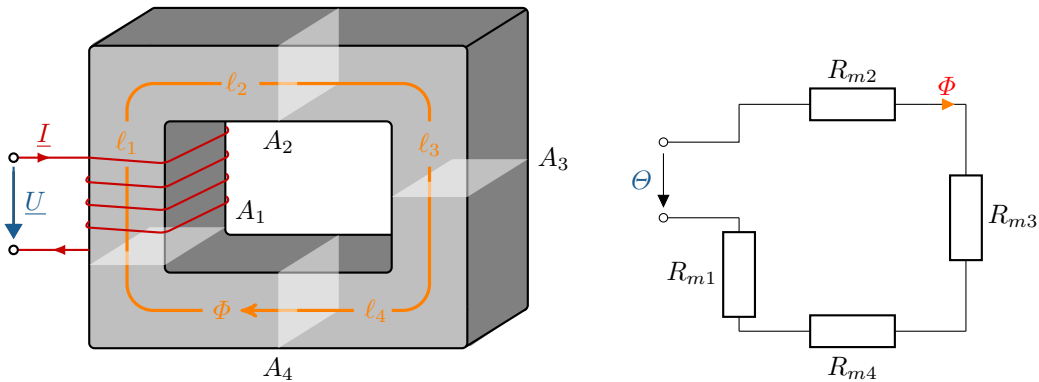


Abbildung 3.1: **Magnetischer Kreis mit einem Eisenring.** Die vier magnetischen Teilwiderstände sind abhängig von der Länge, vom Material und dem Querschnitt des durchflossenen Eisenrings.

In einfachen Anordnungen (wie beispielsweise in Abbildung 3.1 zu sehen) kann unter Vernachlässigung der Ecken der Widerstand durch die Gleichung 3.1 ausgedrückt werden. ℓ_m ist wie bei der magnetischen Feldstärke die mittlere Feldlinienlänge des Widerstandes innerhalb des magnetischen Kreises. Zur Ermittlung der mittleren Feldlinienlänge ℓ_m werden die Längen aller Seiten addiert. A ist die Querschnittsfläche, die vom magnetischen Fluss durchflossen wird. μ ist die Permeabilität des Materials. Der magnetische Widerstand R_m berechnet sich nun aus der aufsummierten Länge der mittleren Feldlinienlänge ℓ_m geteilt durch das Produkt der durchflossenen Querschnittsfläche A und der Permeabilität $\mu_r \cdot \mu_0$.

$$R_m = \frac{\ell_m}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{Vs}} \right] \quad (3.1)$$



Merke: Magnetischer Widerstand

Für die Berechnung des magnetischen Widerstands R_m wird die mittlere Feldlinienlängen ℓ_m durch das Produkt aus der Permeabilität des Materials $\mu_r \cdot \mu_0$ und der Querschnittsfläche A geteilt. Bei unterschiedlicher Materialbeschaffenheit oder unterschiedlicher Querschnittsflächen innerhalb des magnetisierten Körpers werden zunächst die Teilwiderstände errechnet und anschließenden zum Gesamtwiderstand aufsummiert.

3.1 Der magnetische Kreis

Werden nun alle bekannten magnetischen Größen in ihrer Zusammenwirkung betrachtet, ergibt sich die magnetische Analogie zum Ohmschen Gesetz. Sie beschreibt, dass die magnetische Spannung Θ dem Produkt aus dem magnetischen Widerstand R_m und dem magnetischen Fluss Φ entspricht.

$$\Theta = R_m \cdot \Phi \quad (3.2)$$



Merke: Zusammenhänge der magnetischen Feldgrößen

Die magnetische Feldstärke H im Spezialfall einer Ringkernspule errechnet sich aus dem Produkt der Windungszahl N und dem Stromfluss I , geteilt durch die mittlere Feldlinienlänge ℓ_m .

$$H = \frac{N \cdot I}{\ell_m}$$

Die magnetische Flussdichte B wird durch Multiplikation der magnetischen Feldstärke H mit der Permeabilität $\mu_r \cdot \mu_0$ bestimmt.

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H$$

Der magnetische Fluss Φ ergibt sich aus dem Integral der magnetischen Flussdichte B über einer Fläche A .

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

4 Lorentzkraft

Befindet sich in einem Magnetfeld ein Leiter, der mit Strom durchflossen wird, wirkt auf ihn eine Kraft, die senkrecht zum Leiter und dem Magnetfeld steht. Diese Kraft wird Lorentzkraft genannt. Verläuft der Leiter senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, ist die Kraft am größten.

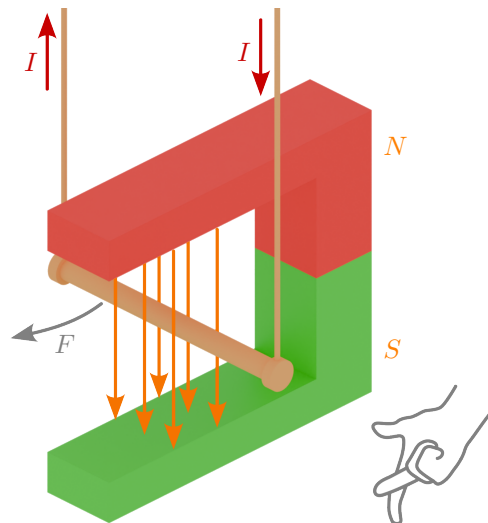
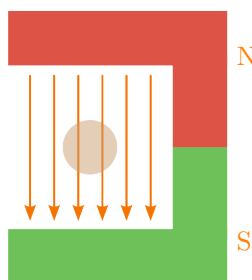
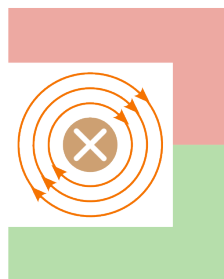


Abbildung 4.1: **Versuchsaufbau zur Lorentzkraft.** Ablenkung eines freischwingenden stromdurchflossenen Leiters im Feld eines Permanentmagneten, wodurch sich der Leiter in die Richtung der Kraft bewegt. Die Richtung kann mit der Drei-Finger-Regel der rechten Hand bestimmt werden. Der Daumen orientiert sich dabei an der Richtung des Stromflusses, der Zeigefinger an der Richtung der magnetischen Feldlinien. Der Mittelfinger zeigt dann in die Richtung, in die die Kraft wirkt.

Schrittweise Erklärung zum in Abbildung 4.1 gezeigten Versuchsaufbau mit einem stromdurchflossenen Leiter im Feld eines Permanentmagneten:

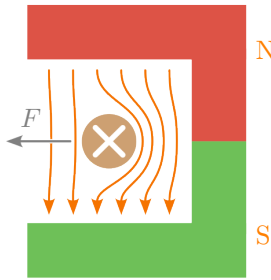


+

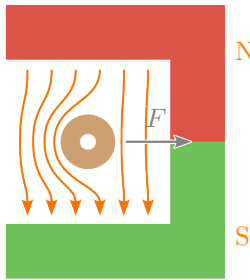


⇓

- Ein Leiter befindet sich zwischen den Polen eines Hufeisenmagneten.
 - Der Leiter ist hier nicht stromdurchflossen, sodass das Feld des Permanentmagneten einzeln betrachtet werden kann.
 - Die Magnetfeldlinien verlaufen außerhalb des Permanentmagneten vom Nord- zum Südpol und schließen sich innerhalb des Magneten.
-
- Nun wird der Leiter stromdurchflossen betrachtet, ohne das Feld des Permanentmagneten zu berücksichtigen.
 - Um den stromdurchflossenen Leiter entsteht ein magnetisches Feld in Abhängigkeit der Flussrichtung des Stroms (Rechte-Hand-Regel).



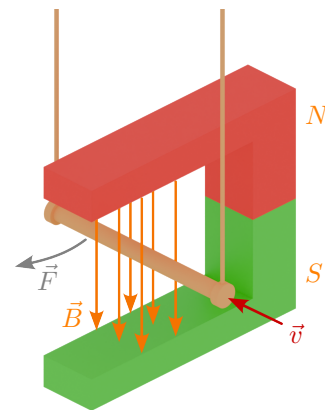
- Das Feld des Permanentmagneten und das magnetische Feld des stromdurchflossenen Leiters werden nun zusammen betrachtet.
- Beide Felder überlagern sich, sodass auf der Rechten Seite eine Feldverstärkung und links eine Feldschwächung auftritt.
- Das System versucht diese Feldverzerrung auszugleichen, wodurch eine Kraft auf den Leiter wirkt, die senkrecht zum Leiter und dem Magnetfeld steht (Drei-Finger-Regel).
- Der Leiter bewegt sich in die Richtung, in die die Kraft wirkt.



- Hier wird die Flussrichtung des stromdurchflossenen Leiters umgekehrt.
- Die Lorentzkraft wirkt entsprechend in die umgekehrte Richtung (Drei-Finger-Regel).
- Der Leiter bewegt sich in die Richtung, in die die Kraft wirkt.

Zur Berechnung der Lorentzkraft kann die vektorielle oder die skalare Darstellung genutzt werden. Bei der vektoriellen Berechnung (Gleichung 4.1) bewirkt eine bewegte Einheitsladung q mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ im Magnetfeld $\vec{B}$ die Kraft $\vec{F}$:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \cdot \vec{B}) \quad (4.1)$$



Bei der skalaren Berechnung entfallen die Vektoren, stattdessen wird der Winkel $\sin \alpha$ im Bezug auf die Geschwindigkeit v und das Magnetfeld B in die Rechnung einbezogen. Dabei gilt, dass die Lorentzkraft sowohl zu der Flussdichte, als auch auf der Geschwindigkeit der Ladung senkrecht steht. Der Betrag der Kraft ergibt sich bei geraden Leitern und konstantem Magnetfeld zu:

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha \quad (4.2)$$

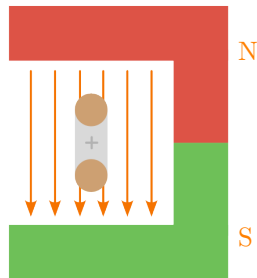
$$F = I \cdot \ell \cdot N \cdot B \cdot \sin \alpha \quad (4.3)$$

Die Gleichung 4.3 illustriert die skalare Berechnung in einem stromdurchflossenen Leiter. ℓ ist die wirksame Leiterlänge mit der Anzahl von N parallelen Leitern, die mit dem Strom I durchflossen werden. α ist der Winkel zwischen dem Leiter und der Richtung der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$. Stehen Leiter und Magnetfeld senkrecht zueinander, entfällt $\sin \alpha$.

Merke: Lorentzkraft

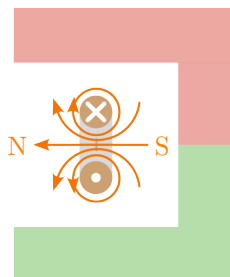
Die Lorentzkraft beschreibt die Kraft, die auf eine bewegte Ladung in einem Magnetfeld wirkt. Fließt die Ladung durch einen Leiter, so wirkt die Lorentzkraft senkrecht sowohl zum Stromfluss als auch zur magnetischen Flussdichte.

Zur Veranschaulichung des Prinzips eines Elektromotors wird eine stromdurchflossene Leiterschleife, die beweglich auf einem drehbar gelagerten Rotor befestigt ist, im Feld eines Permanentmagneten betrachtet:



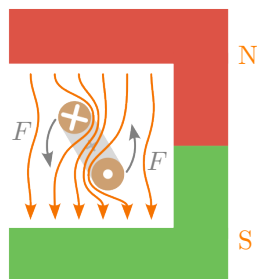
+

- Eine Leiterschleife befindet sich auf einem drehbaren Element, dem Rotor, im Magnetfeld eines Hufeisenmagneten.
- Der Leiter ist hier noch nicht stromdurchflossen, sodass das Feld des Permanentmagneten einzeln betrachtet werden kann.
- Die Magnetfeldlinien verlaufen außerhalb des Permanentmagneten vom Nord- zum Südpol.

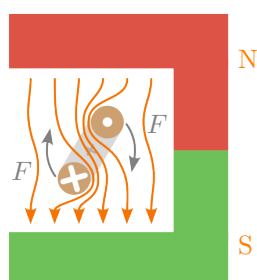


⇓

- Nun wird die Leiterschleife stromdurchflossen betrachtet, ohne das Feld des Permanentmagneten zu berücksichtigen.
- Um die stromdurchflossene Leiterschleife entsteht ein magnetisches Feld in Abhängigkeit der Flussrichtung des Stroms (Rechte-Hand-Regel).



- Das Feld des Permanentmagneten und das magnetische Feld der stromdurchflossenen Leiterschleife werden nun zusammen betrachtet.
- Die Lorentzkraft, die je Leiter senkrecht zum Leiter und dem Magnetfeld steht, wirkt auf die Leiterschleife.
- Die Leiterschleife beginnt sich aufgrund der Lorentzkraft zu drehen.



- Hier wird die Flussrichtung des stromdurchflossenen Leiters umgekehrt.
- Entsprechend kehrt sich auch die Polung der stromdurchflossenen Leiterschleife und damit die Drehrichtung der Leiterschleife um (Drei-Finger-Regel).

Beispiel 4.1: Lorentzkraft

Ein Gleichstrommotor hat im Luftspalt eine magnetische Flussdichte von $B = 0,8 \text{ T}$. Unter den Polen befinden sich insgesamt $N = 400$ Wicklungen, die mit einem Strom von $I = 10 \text{ A}$ durchflossen werden. Die wirksame Leiterlänge ist $\ell = 150 \text{ mm}$.

Berechnen Sie die Kraft F am Umfang des Ankers.

$$\begin{aligned} F &= B \cdot I \cdot \ell \cdot N \\ &= 0,8 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 10 \text{ A} \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 400 \\ &= 480 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{A} \cdot \text{m}}{\text{s}^3 \cdot \text{A} \cdot \text{m}^2} = 480 \text{ N} \end{aligned}$$

Zwei parallele Leiter, die von Strom durchflossen werden, üben ebenfalls eine Lorentzkraft aufeinander aus, da jeder stromdurchflossene Leiter um sich herum ein Magnetfeld aufbaut (siehe Abbildung 4.2). Ist die Stromrichtung in beiden Leitern gleich, entsteht eine Anziehungskraft, bei umgekehrter Stromrichtung wirkt die Kraft abstoßend.

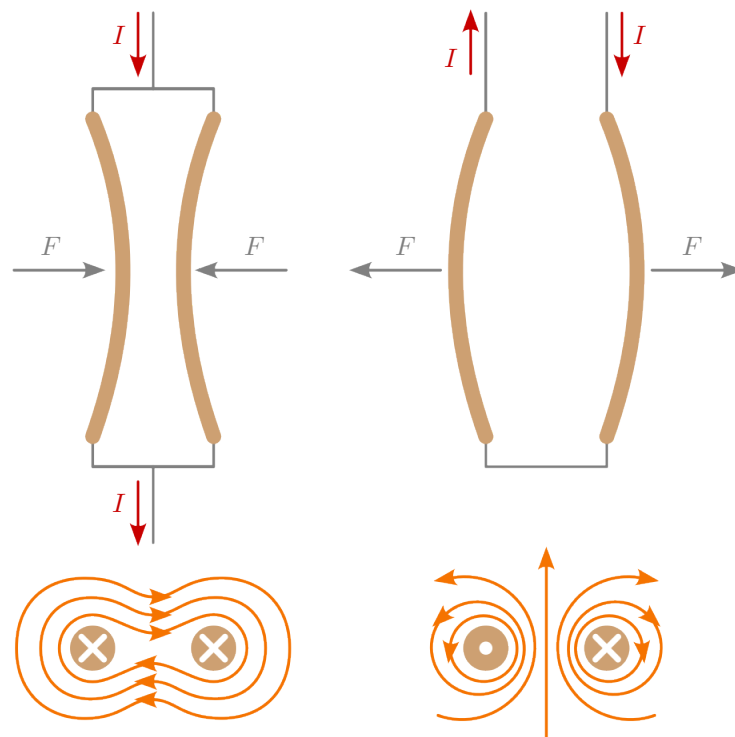


Abbildung 4.2: **Lorentzkraft zwischen zwei parallelen Leitern.** Ist die Flussrichtung des Stroms gleich, ziehen sie sich an. Bei gegensätzlicher Flussrichtung stoßen sich die Leiter ab.

Für den theoretischen Spezialfall zweier geraden, parallelen, dünnen und unendlich langen Drähte gilt das Verhältnis:

$$F_{1,2} = \frac{\ell \cdot \mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (4.4)$$

Da in der Praxis diese speziellen Voraussetzungen nicht zutreffen, dient die Formel lediglich als Näherung an reale Fälle, um die Krafteinwirkung der Lorentzkraft abschätzen zu können.

5 Induktion

Die Induktion beschreibt das Entstehen einer elektrischen Spannung in einem Leiter durch die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses. Die Änderung des magnetischen Flusses lässt sich auf verschiedene Weisen hervorrufen. In Abbildung 5.1 wird die Induktion anhand eines sich bewegenden Leiters in einem magnetischen Feld dargestellt. Wie im vorangegangenen Beispiel (Abbildung 4.1) wird auch hier ein Leiter vom Magnetfeld eines Permanentmagneten durchsetzt, jedoch mit dem Unterschied, dass diesmal kein Strom durch den Leiter fließt. Stattdessen sind die Enden des Leiters an ein Spannungsmessgerät angeschlossen. Wird nun der Leiter mit einer äußeren Kraft bewegt, wirkt die Lorentzkraft auf die Elektronen im Leiter. Durch die Bewegung entsteht eine Ladungstrennung im Leiter. Diese Ladungstrennung wird Induktionsspannung genannt. Solange der Leiter oder das induzierende Magnetfeld in Bewegung ist, kann eine Spannung am Messgerät abgelesen werden.

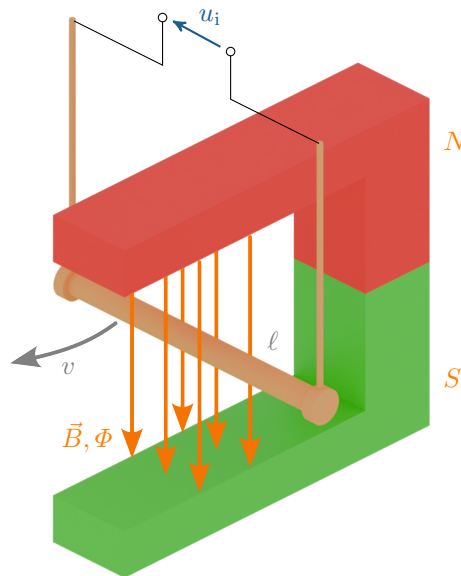


Abbildung 5.1: **Versuchsaufbau zur Messung einer induzierten Spannung.** Wird durch Bewegung des Leiters ein zeitlich veränderliches Magnetfeld erzeugt, bewirkt die Lorentzkraft im Leiter eine Ladungstrennung, wodurch eine messbare Spannung induziert wird.

Vereinfacht lässt sich die induzierte Spannung mittels der Gleichung 5.1 berechnen. Die Höhe der induzierten Spannung u_i hängt von der magnetischen Flussdichte B , der Länge des Leiters im Magnetfeld ℓ , der Geschwindigkeit der Bewegung oder Flussänderung v und der Anzahl der Leiter im Magnetfeld N ab. Da diese Spannung zeitveränderlich ist, wird das Formelzeichen u_i klein geschrieben.

$$u_i = B \cdot \ell \cdot v \cdot N \quad (5.1)$$

Allgemein gilt, dass die induzierte Spannung u_i die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses $d\Phi/dt$ multipliziert mit der Anzahl der Leiter N ist. Dies spiegelt sich im allgemeinen Induktionsgesetz (Gleichung 5.2) wider. Das negative Vorzeichen ist auf die Lenzsche Regel zurückzuführen. Diese besagt, dass Ursache und Wirkung sich immer entgegengesetzt verhalten.

$$u_i = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.2)$$

Merke: Induktion

Die Induktion ist die elektrische Spannung u_i , die durch eine Änderung des magnetischen Flusses $d\Phi/dt$ entsteht.

6 Induktivität

Die Induktivität beschreibt die Fähigkeit, elektrische Energie in einem magnetischen Feld zu speichern. Bauelemente, die diese Fähigkeit besitzen, werden Spule (Abbildung 6.1), Drossel oder auch Induktivität genannt.



Abbildung 6.1: **Luftspule aus Lackdraht.** Luftspulen besitzen keinen magnetischen Kern und haben dadurch eine vergleichsweise geringere Induktivität als Spulen mit weichmagnetischem Kern.

Die Funktionsweise einer Induktivität beruht auf dem elektromagnetischen Feld, das durch den Stromfluss erzeugt wird. Dieses elektromagnetische Feld induziert einen Strom in benachbarten Leiterspulen des Bauelements. Durch diesen Effekt kann elektrische Energie vorübergehend in einem magnetischen Feld gespeichert werden. Zum besseren Verständnis wird im Folgenden die Funktion der Induktivität schrittweise erklärt. Eine Leiterschleife wird von Strom durchflossen. Dieser Strom erzeugt ein Magnetfeld, dessen Stärke proportional zur Stromstärke ist – je stärker der Strom, desto stärker das Magnetfeld. Wird die Stromstärke kontinuierlich geändert, erzeugt dies ebenso eine Änderung des Magnetfeldes, welche wiederum (wie in Kapitel 5 beschrieben) eine Spannung in benachbarten Leiterschleifen induziert. Diese induzierte Spannung wirkt gemäß der Lenzschen Regel der Änderung des Stroms entgegen. Folglich wirkt beim Einschalten der Stromquelle an der Spule die induzierte Spannung dem Stromfluss entgegen, sodass der Strom erst allmählich ansteigt. Beim Ausschalten der Spule bewirkt die induzierte Spannung, dass der Strom noch eine Zeit lang nachfließt. Diese Gegebenheit, auch Selbstinduktion genannt, ermöglicht eine magnetische Speicherung. Die Induktivität gibt folglich an, wie stark sich ein elektrisches Bauteil selbstinduziert. Die Höhe der Induktivität L hängt ab von der Anzahl der Windung N , der Permeabilität des Spulenkerns μ_r , der Querschnittsfläche des Kerns und der geometrischen Form des Bauteils. Für Induktivitäten gilt im Allgemeinen, dass das magnetische Feld sich proportional zum Wert des Stroms verhält.

Rechnerisch lässt sich die Induktivität L mit der Einheit Henry (H) auf zwei unterschiedliche Weisen ermitteln. Zum einen kann sie mittels der Relation des entstehenden Magnetfelds $N \cdot \Phi$ zu dem verursachenden Strom I (wie in Gleichung 6.1) berechnet werden.

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I} \quad [\text{H}] \quad (6.1)$$

Zum anderen kann die Induktivität bei einfachen geometrischen Strukturen, wie zum Beispiel zylindrische, rechteckige oder Ringerspulen, über die Relation der Windungen N^2 zu dem magnetischen Widerstand R_m bestimmt werden (Gleichung 6.2).

$$L = \frac{N^2}{R_m} \quad [\text{H}] \quad (6.2)$$

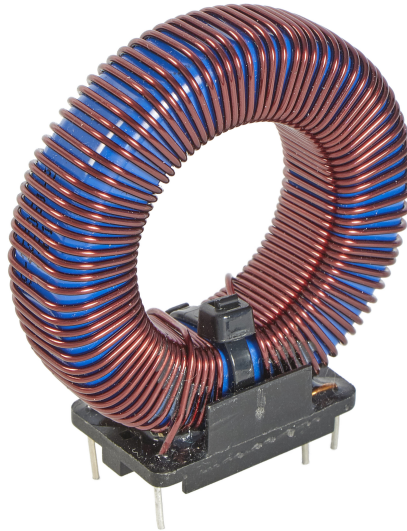


Abbildung 6.2: **Foto einer Ringkernspule.** Die ringförmige Bauweise bringt die Besonderheit mit sich, dass sich der magnetische Fluss vor allem innerhalb des Kerns bewegt, wodurch magnetische Störfelder reduziert werden.

Merke: Induktivität

Die Induktivität L beschreibt ein Bauelement, das in der Lage ist, elektrische Energie in einem magnetischen Feld zu speichern.

Die Berechnung der Spannung einer Induktivität lässt von der Berechnung der Spannung einer Induktion ableiten (Gleichung 5.2).

$$u_i = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.2)$$

Die Spannung einer Induktivität u ist eine zeitliche Änderung des Stromes di/dt multipliziert mit der Induktivität L . Auch hier findet die Lenzsche Regel Anwendung, welche ein negatives Vorzeichen zur Folge hat.

$$u = -L \cdot \frac{di}{dt} \quad (6.3)$$

In Schaltplänen werden Induktivitäten mittels schwarz gefüllter Rechtecke, wie in der oberen der beiden Abbildungen 6.3 dargestellt. Seltener wird ein gewindeter Leiter, wie in der unteren Abbildung 6.3 für die Darstellungen einer Induktivität genutzt.

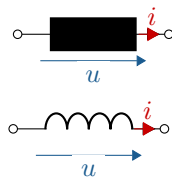


Abbildung 6.3: Schaltzeichen der Induktivität

Um die Induktivität einer Struktur zu bestimmen, gibt es zwei Möglichkeiten: Den Weg der Ermittlung über die Feldgrößen und den Weg über den magnetischen Widerstand.

Weg 1 über die Feldgrößen:

1. Annahme einer Stromstärke $I \rightarrow$ Durchflutung

$$\Theta = N \cdot I$$

2. Feldstärke berechnen

$$H = \frac{\Theta}{\ell_m}$$

3. Flussdichte berechnen

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H$$

4. Magnetischen Fluss bestimmen

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

5. Induktivität

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I}$$

Weg 2 über den magnetischen Widerstand:

1. Magnetkreis in Teilabschnitte zerlegen und magnetischen Widerstand R_m berechnen

$$R_m = \frac{\ell_m}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A}$$

2. Gesamtwiderstand berechnen (bei Reihenstruktur)

$$R_{m,ges} = \sum R_m$$

3. Induktivität

$$L = \frac{N^2}{R_{m,ges}}$$

Beispiel 6.1: Induktivität

Bei einer Ringkernspule mit Luftspalt soll der Einfluss des Luftspaltes d auf die Induktivität L untersucht werden. Die Spule hat $N = 100$ Windungen. Die relative Permeabilität beträgt $\mu_r = 2000$. Die mittlere Eisenkernlänge beträgt $\ell_m = 5$ cm. Die Querschnittsfläche beträgt $A = 1$ cm².

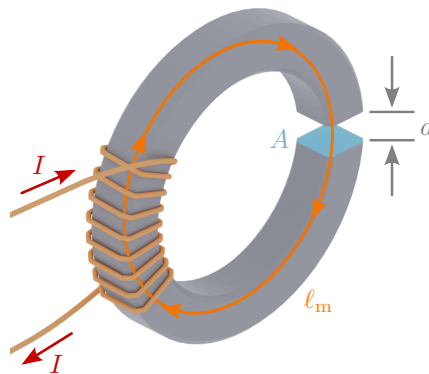


Abbildung 6.4: Ringkernspule mit Luftspalt.

- Der Luftspalt ist vorerst nicht vorhanden: $d = 0$. Wie groß ist die Induktivität L ?

$$\begin{aligned}
 R_m &= \frac{\ell_m}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A} \\
 L &= \frac{N^2}{R_m} \\
 &= \frac{100^2 \cdot 2000 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{0,05 \text{ m}} \\
 L &= 0,05 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 50 \text{ mH}
 \end{aligned}$$

- Der Luftspalt beträgt nun $d = 1 \text{ mm}$. Wie groß ist die Induktivität?

$$\begin{aligned}
 R_m &= R_{m,\text{Fe}} + R_{m,\text{L}} \\
 L &= \frac{\ell_m - d}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A} + \frac{d}{\mu_0 \cdot A} \\
 L &= \frac{0,05 \text{ m} - 0,001 \text{ m}}{2000 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} + \frac{0,001 \text{ m}}{1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \\
 L &= 1,226 \text{ mH}
 \end{aligned}$$

7 Energie im magnetischen Feld

Um die Energie, die in einer Spule gespeichert ist, zu berechnen, wird die in der Abbildung 7.1 illustrierte Ringkernspule an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Spannungsquelle eingeschaltet. Die Spannung an der Spule ist dadurch zu jedem Zeitpunkt $t > 0$ gleich der Quellenspannung U . Der durch die Spule geleitete Strom wird nach Gleichung 6.3 linear ansteigen. Die dadurch zugeführte Energie erzeugt eine Flussdichte im Spulenkern. Um die Energie zu berechnen, die der Spule zugeführt wird, kann bekannte Gleichung der elektrischen Leistung 7.1 umgeformt werden und anschließend die Spannung durch Gleichung 6.3 ersetzt werden. Als Ergebnis dieser Umformung erhält die Änderung der magnetischen Energie dW_L , welche aus der Multiplikation von Induktivität L , dem Strom durch die Induktivität i_L und der Änderungsrate des Stroms durch die Induktivität di_L errechnet (siehe Gleichung 7.2).

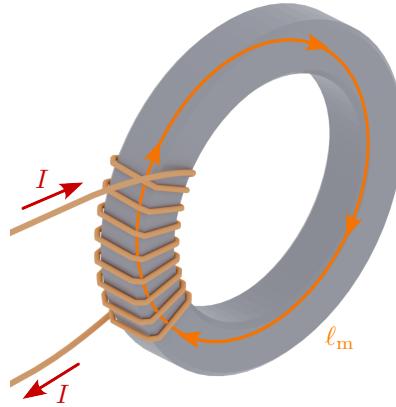


Abbildung 7.1: Geschlossene Ringkernspule.

$$p = \frac{dW}{dt} = u \cdot i \quad (7.1)$$

$$u = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (6.3)$$

$$dW_m = u_L \cdot i_L \cdot dt = L \cdot \frac{di}{dt} \cdot i_L \cdot dt = L \cdot i_L \cdot di_L \quad (7.2)$$

Die Gesamtenergie ist das Integral über dW_m vom Anfangswert $i_L = 0$ bis zum statischen Endwert $i_L = I$. Unter der Voraussetzung einer konstanten Induktivität L gilt dann:

$$W_m = L \cdot \int_0^{I_L} i_L \cdot di_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot N \cdot \Phi \cdot I \quad (7.3)$$

Die magnetische Energie kann auch aus den Feldgrößen durch Integration mit der magnetischen Flussdichte errechnet werden:

$$W_m = \ell_m \cdot A \cdot \int_0^{B_L} H dB = \ell_m \cdot A \cdot \frac{B_L^2}{2 \cdot \mu_r \cdot \mu_0} \quad (7.4)$$

Bei einem Elektromagneten hat die Energiedichte im Luftspalt (also die Energie pro Volumen des Luftspalts) eine besondere Bedeutung: Sie steht für die „Kraft des Elektromagneten“. Die maximale Kraftwirkung befindet sich genau am Übergang vom Luftspalt zum Eisenkern – entspricht also einem theoretisch unendlich schmalen Luftspalt. Da der Luftspalt, wie der Name schon sagt, meistens mit Luft gefüllt ist, ist im Normalfall $\mu_r = 1$ und kann weggelassen werden.

$$\frac{W_m}{V} = \frac{B_L^2}{2 \cdot \mu_0} = \frac{F}{A} \quad (7.5)$$

8 Skin-Effekt

Der Skin-Effekt beschreibt das Phänomen, dass sich die Stromübertragung eines mit Wechselstrom durchflossenen Leiters vom Kern zu dessen äußerem Rand verlagert. Dieser Effekt basiert auf dem Prinzip der Induktion und tritt daher ausschließlich bei der Wechselstromübertragung auf.

Der Wechselstrom verursacht stetig sich ändernde magnetische Felder. Diese magnetischen Felder wirken gemäß der Lenz'schen Regel der Ursache entgegen und sind im Leiterinneren stärker ausgeprägt als in den Randbereichen. Es kommt zu einer elektrischen Feldschwächung im Leiterinneren, sodass die Stromübertragung an den Rand des Leiters stattfindet. Wie weit der Wechselstrom in den Leiter eindringt, wird mit der Skin-Tiefe δ (Delta) beschrieben. Dabei gilt, dass mit steigender Frequenz die Feldschwächung im Kern zunimmt. Die Tabelle 8.1 veranschaulicht die Auswirkungen des Skin-Effekts am Beispiel einer Kupferleitung. Während bei einer Frequenz von 5 Hz die Skin-Tiefe 29,7 mm beträgt, so schrumpft diese bei einer Frequenz von 500 Hz auf 2,97 mm.

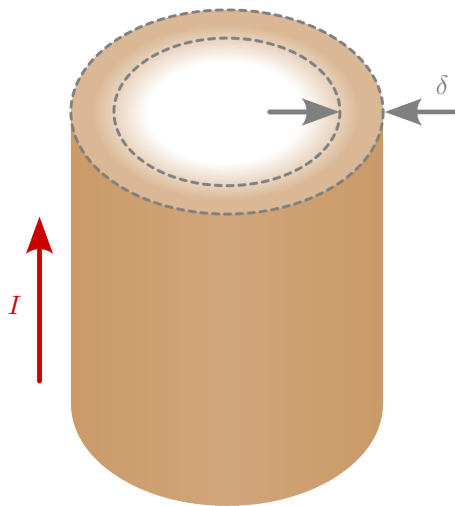


Tabelle 8.1: **Exemplarische Übersicht zur Skin-Tiefe.** Eindringtiefe in eine Kupferleitung in Abhängigkeit der Frequenz:

Frequenz	Skin-Tiefe δ_{Cu}
5 Hz	29,7 mm
50 Hz	9,38 mm
500 Hz	2,97 mm
500 kHz	93,8 μm

Abbildung 8.1: **Skin-Effekt.** Die Skin-Tiefe δ beschreibt, wie tief der Wechselstrom in den Leiter eindringt.

Zur Berechnung des Skin-Effekts wird die Skin-Tiefe δ ermittelt. Die Skin-Tiefe wird durch die Wurzel des spezifischen Widerstands ρ_R geteilt durch das Produkt der Frequenz f , der Zahl Pi π und der materialabhängigen magnetischen Permeabilität μ errechnet (siehe Gleichung 8.1).

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho_R}{\pi \cdot \mu \cdot f}} \quad (8.1)$$

Merke: Skin-Effekt

Der Skin-Effekt verursacht die Verdrängung von Wechselstrom an den Rand des Leiters.

Beispiel 8.1: Skin-Tiefe

Ein Kupferleiter wird mit Strom der Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ durchflossen. Für den Leiter sind folgende Werte gegeben:

- Absolute magnetische Permeabilität: $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$
- Spezifischer Widerstand: $\rho_R = 0,01721 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

Berechnen Sie die Skin-Tiefe δ des Leiters.

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho_R}{\pi \cdot \mu \cdot f}}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{0,01721 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}}{\pi \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 50 \text{ Hz}}}$$

$$\delta \approx 9,34 \text{ mm}$$

9 Hall-Effekt

Der Hall-Effekt beschreibt das Auftreten einer elektrischen Spannung innerhalb eines stromdurchflossenen Leiters aufgrund der Ladungsverschiebung durch ein magnetisches Feld.

In der Abbildung 9.1 wird der Leiter, ähnlich wie im Versuchsaufbau zur Lorentzkraft, von einem magnetischen Feld durchflossen. Der Leiter ist hier allerdings plattenförmig dargestellt, so dass sich die Ladungsträger über die gesamte Leiterfläche bewegen können. Wird nun der Leiter mit Strom durchflossen, wirkt auf die bewegten Ladungen die Lorentzkraft. Diese verursacht gemäß der Rechten-Hand-Regel eine senkrechte Ablenkung der Ladungsträger im Leiter zum Rand. Durch die Ladungsverschiebung entsteht im Leiter ein elektrisches Feld, welches der Lorentzkraft entgegengerichtet ist. An den Rändern des Leiters kann die aus der Ladungsverschiebung resultierende Spannungsdifferenz gemessen werden. Sie wird als Hall-Spannung U_H bezeichnet.

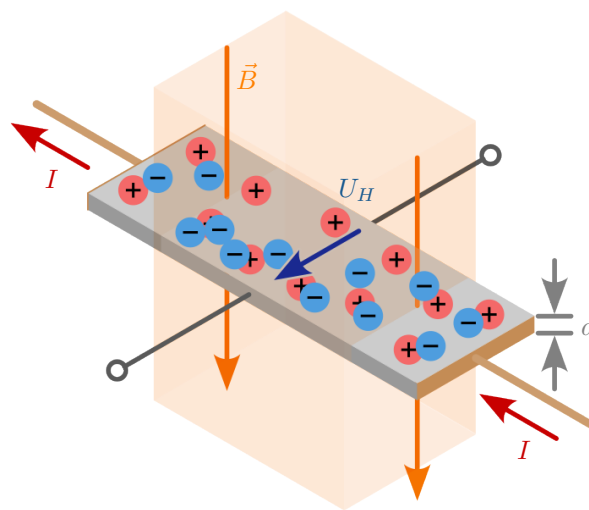


Abbildung 9.1: **Versuchsaufbau zum Hall-Effekt.** Die durch das Magnetfeld entstehende Lorentzkraft lenkt die bewegten Ladungsträger senkrecht an den Rand ab. Diese Ladungsverschiebung erzeugt eine elektrisch messbare Spannung – die Hall-Spannung.

Zur Ermittlung der Hall-Spannung U_H wird die Hall-Konstante A_H benötigt. Die Hall-Konstante A_H ist eine Materialgröße, die Aufschluss über die Ladungsträgerdichte und damit über die Leitfähigkeit des Materials gibt.

Die Hall-Spannung kann (wie in Gleichung 9.1 dargestellt) durch die Multiplikation der Hall-Konstante A_H mit dem Produkt der Stromstärke I und der magnetischen Flussdichte B dividiert durch die Dicke des stromdurchflossenen Plättchens d errechnet werden.

$$U_H = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \quad (9.1)$$

Merke: Hall-Effekt

Die Hall-Spannung U_H beschreibt das Auftreten einer elektrischen Spannung innerhalb des stromdurchflossenen Leiters senkrecht zum Stromfluss aufgrund eines einwirkenden Magnetfeldes.

Beispiel 9.1: Hall-Spannung

Ein mit der Stromstärke $I = 2 \text{ A}$ stromdurchflossenes Metallplättchen mit der Dicke $d = 1 \text{ cm}$ befindet sich in einem Magnetfeld mit der Flussdichte $B = 0,5 \text{ T}$. Die Hall-Konstante des Materials beträgt $A_H = 3,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$. Berechnen Sie die Hall-Spannung.

$$\begin{aligned} U_H &= A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \\ U_H &= 3,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}} \cdot \frac{2 \text{ A} \cdot 0,5 \text{ T}}{0,01 \text{ m}} \\ U_H &= 0,32 \text{ V} \end{aligned}$$

A Übungsaufgaben

A.1 Gleichstrommaschine 1

Eine fremderregte Gleichstrommaschine hat die folgenden Angaben auf ihrem Typenschild:

- Nennleistung: 41,8 kW
- Nenndrehzahl: $1900 \frac{1}{\text{min}}$
- Ankernennspannung: 440 V
- Ankernennstrom: 100 A
- Erregung: 240 V
- Erregerstrom: 10 A
- Leerlaufdrehzahl: $2000 \frac{1}{\text{min}}$

Hinweis: Die Nennleistung auf einem Motortypenschild bezeichnet immer die abgegebene mechanische Leistung im Nennpunkt.

- a) Wie groß ist das Drehmoment der Maschine im Nennpunkt?
- b) Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Maschine im Nennpunkt.
- c) Berechnen Sie das Produkt aus Erregerfluss und der Ankerkonstanten $K \cdot \Phi$
- d) Wie groß ist der Ankerwiderstand R_A ?

B Lösungen zu den Übungsaufgaben

B.1 Gleichstrommaschine 1

- a) Aus der Nennleistung und der Nenndrehzahl ergibt sich direkt das Nenndrehmoment:

$$P_{\text{mech}} = M \cdot \omega$$

$$M = \frac{P_{\text{mech}}}{\omega} = \frac{41,8 \text{ kW}}{2\pi \cdot 1900 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 210,08 \text{ Nm}$$

- b) Im Motorbetrieb ist der Wirkungsgrad der Quotient aus mechanischer bezogen auf die elektrische Leistung (siehe Gleichung ??). Hierbei muss sowohl die Ankerleistung, als auch die Erregerleistung berücksichtigt werden.

$$\eta = \frac{P_{\text{mech}}}{P_{\text{elektr}}} = \frac{41,8 \text{ kW}}{440 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} + 240 \text{ V} \cdot 10 \text{ A}} = 90,08 \%$$

- c) Nach Gleichung ?? wird die induzierte Spannung berechnet. Im Leerlauf muss die induzierte Spannung der Ankerspannung entsprechen. Gleiches geht aus Gleichung ?? hervor, da im Leerlauf auch das Drehmoment Null sein muss.

$$U_q = K \cdot \Phi \cdot \omega \tag{??}$$

$$K \cdot \Phi = \frac{U_q}{\omega} = \frac{440 \text{ V}}{2\pi \cdot 2000 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 2,1 \text{ Vs}$$

- d) Hier sind zwei Ansätze möglich. Es kann Gleichung ?? auf den Ankerwiderstand umgeformt werden:

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{U_A}{2\pi K \cdot \Phi} - \frac{R_A \cdot M_i}{2\pi(K \cdot \Phi)^2} \quad (??) \\
 R_A &= \left(\frac{U_A}{2\pi K \cdot \Phi} - n \right) \cdot \frac{2\pi(K \cdot \Phi)^2}{M_i} \\
 &= \left(\frac{440 \text{ V}}{2\pi \cdot 2,1 \text{ Vs}} - \frac{1900}{60 \text{ s}} \right) \cdot \frac{2\pi \cdot (2,1 \text{ Vs})^2}{210,08 \text{ Nm}} = 220 \text{ m}\Omega
 \end{aligned}$$

Die andere Berechnungsvariante führt über das Ersatzschaltbild in Abbildung ?. Im Nennbetrieb können wir die Quellenspannung U_q berechnen. Diese muss kleiner als die Quellenspannung im Leerlauf sein.

$$\begin{aligned}
 U_q &= K \cdot \Phi \cdot \omega \quad (??) \\
 U_{q,n} &= 2,1 \text{ Vs} \cdot 2\pi \cdot 1900 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 418 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Der Spannungsabfall am Widerstand R_A muss durch dem Maschenumlauf die Differenzspannung zwischen Ankerspannung und induzierter Spannung betragen. Da der Ankerstrom im Nennbetrieb bekannt ist, kann der Widerstand über das Ohmsche Gesetz berechnet werden.

$$R_A = \frac{U_A - U_q}{I_A} = \frac{440 \text{ V} - 418 \text{ V}}{100 \text{ A}} = 220 \text{ m}\Omega$$

Index

B

Blochwände 1

D

Durchflutung 4

E

Elementarmagnet 1

Entmagnetisieren 8

F

Ferromagnetismus 1, 7

Flussdichte 6

I

Induktion 15

Induktivität 16

K

Koerzitivfeldstärke 8

L

Lorentzkraft 10, 12

M

Magnetische Durchflutung 4

Magnetische Feldstärke 5

Magnetische Flussdichte 6

Magnetischer Fluss 5, 6

Magnetischer Kreis 10

Magnetischer Widerstand 9

Magnetisierungskennlinie 8

P

Permeabilität 7, 9

R

Rechte Hand Regel 3

Reluktanz 9

Remanenz 7

W

Weissche Bezirke 1